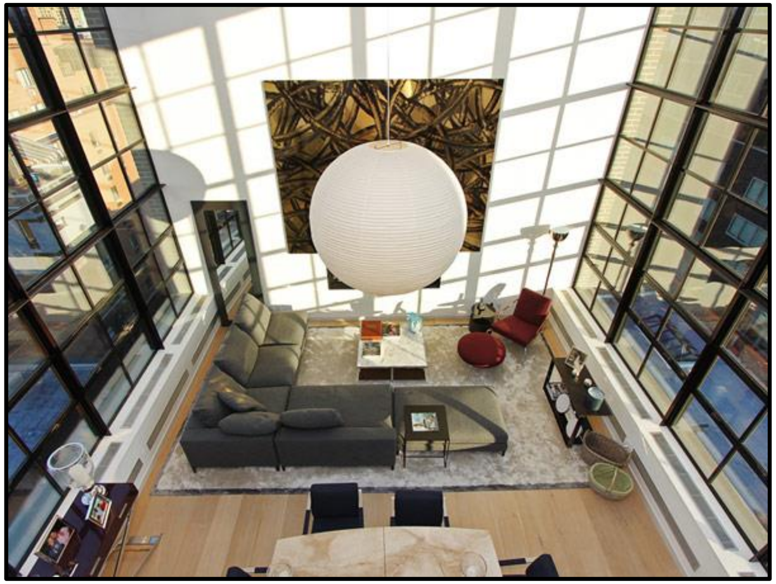
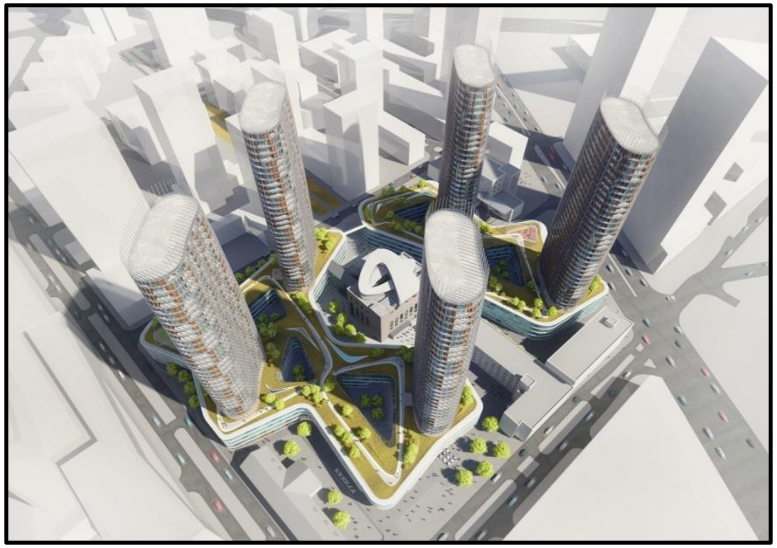



Stredové premietanie a lineárna perspektíva

Stredové premietanie a lineárna perspektíva

Obsah:

Kapitola S1

Základné pojmy a polohové úlohy

Stredový priemet bodu, priamky a roviny
Vzájomná poloha priamok a rovín

Poznámka: Pracujeme v rozšírenom euklidovskom priestore ${}_{\infty}\mathbf{E}^3$, preto si zopakujeme niektoré pojmy.

Všetky navzájom rovnobežné priamky euklidovského priestoru $\mathbf{E}^3$ majú v rozšírenom euklidovskom priestore ${}_{\infty}\mathbf{E}^3$ spoločný **nevlastný bod**. Nevlastný bod je určený jednou priamkou, ktorá patrí danému smeru (osnove priamok).

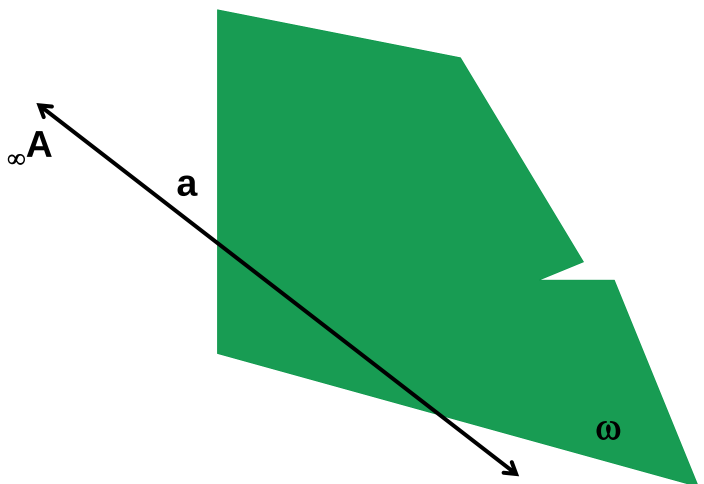
Všetky navzájom rovnobežné roviny euklidovského priestoru $\mathbf{E}^3$ majú v rozšírenom euklidovskom priestore ${}_{\infty}\mathbf{E}^3$ spoločnú **nevlastnú priamku**. Nevlastná priamka je určená jednou rovinou, ktorá patrí danej polohe (osnove rovín).

Vlastná priamka obsahuje jeden nevlastný bod. Vlastná čiara môže obsahovať konečný počet nevlastných bodov. Nevlastná čiara obsahuje len nevlastné body.

Nevlastné body a priamky odlišujeme od vlastných symbolom ∞ (napríklad ${}_{\infty}\mathbf{A}$, ${}_{\infty}\mathbf{a}$).

Príklad: Priamka **a** určuje nevlastný bod ${}_{\infty}\mathbf{A}$.
Rovina ω určuje nevlastnú priamku ${}_{\infty}\mathbf{c}$.
Ak rovina ω a priamka **a** sú navzájom rovnobežné v $\mathbf{E}^3$, tak majú v ${}_{\infty}\mathbf{E}^3$ spoločný nevlastný bod.

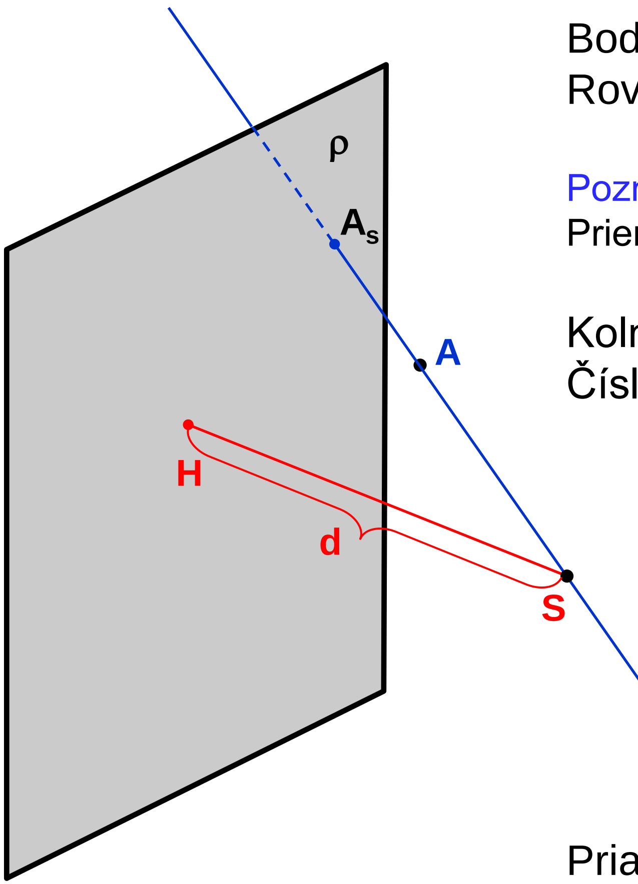
$\mathbf{a} \parallel \omega$ (v priestore $\mathbf{E}^3$) $\Rightarrow \mathbf{a} \cap \omega = \{{}_{\infty}\mathbf{A}\}$ (v priestore ${}_{\infty}\mathbf{E}^3$)
${}_{\infty}\mathbf{A} \in {}_{\infty}\mathbf{c}$



Poznámka: Podrobnejšie pozri [Medek, Zámožík str. 475 – 476] alebo pozri [Velichová str. 24].

Stredové premietanie

Nech ρ je rovina rozšíreného euklidovského priestoru $_{\infty}\mathbf{E}^3$ a bod **S** je vlastný bod, ktorý neleží v rovine ρ. Zobrazenie, ktoré každému bodu **A** ∈ $_{\infty}\mathbf{E}^3$; **A** ≠ **S**, priradí priesečník priamky **SA** s rovinou ρ, nazývame **stredové premietanie** z bodu **S** do roviny ρ.



Bod **S** nazývame **stred premietania.**
Rovinu ρ nazývame **priemetňa**.

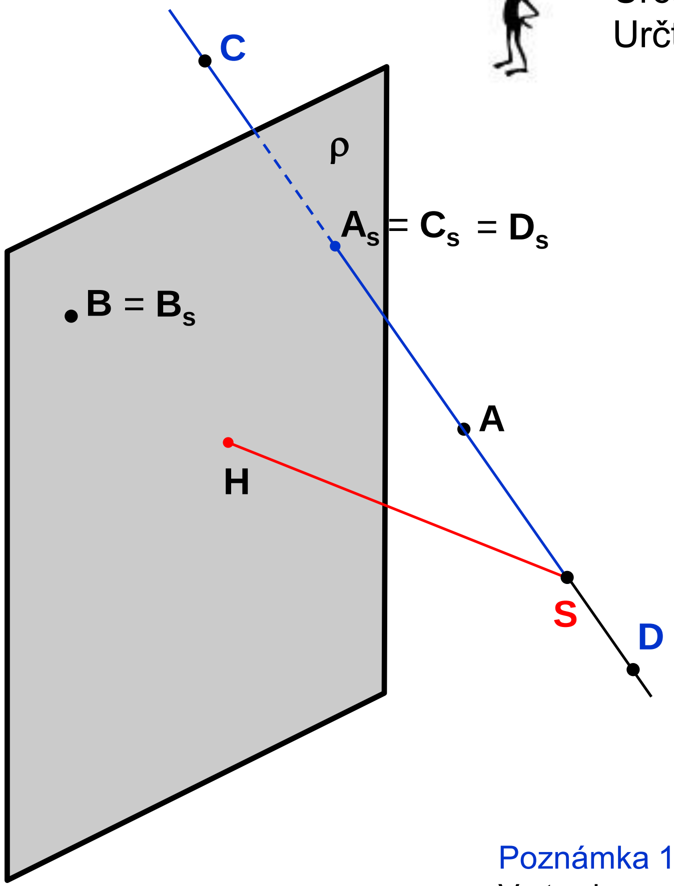
Poznámka:
Priemetňa môže byť zvislá, vodorovná alebo v ľubovoľnej inej polohe.

Kolmý priemet bodu **S** do priemetne nazývame **hlavný bod H**.
Číslo **d** = |**SH**| nazývame **dištancia**.

Priamka **SA** je premietacia priamka bodu **A**.
Bod $\mathbf{A_s}$ = **SA** ∩ ρ nazývame **stredový priemet bodu A.**

Stredový priemet bodu

Určte stredový priemet bodu **B**, ktorý leží v priemetni ρ.
Určte stredové priemety bodov **C** a **D**, ktoré ležia na priamke **SA**.

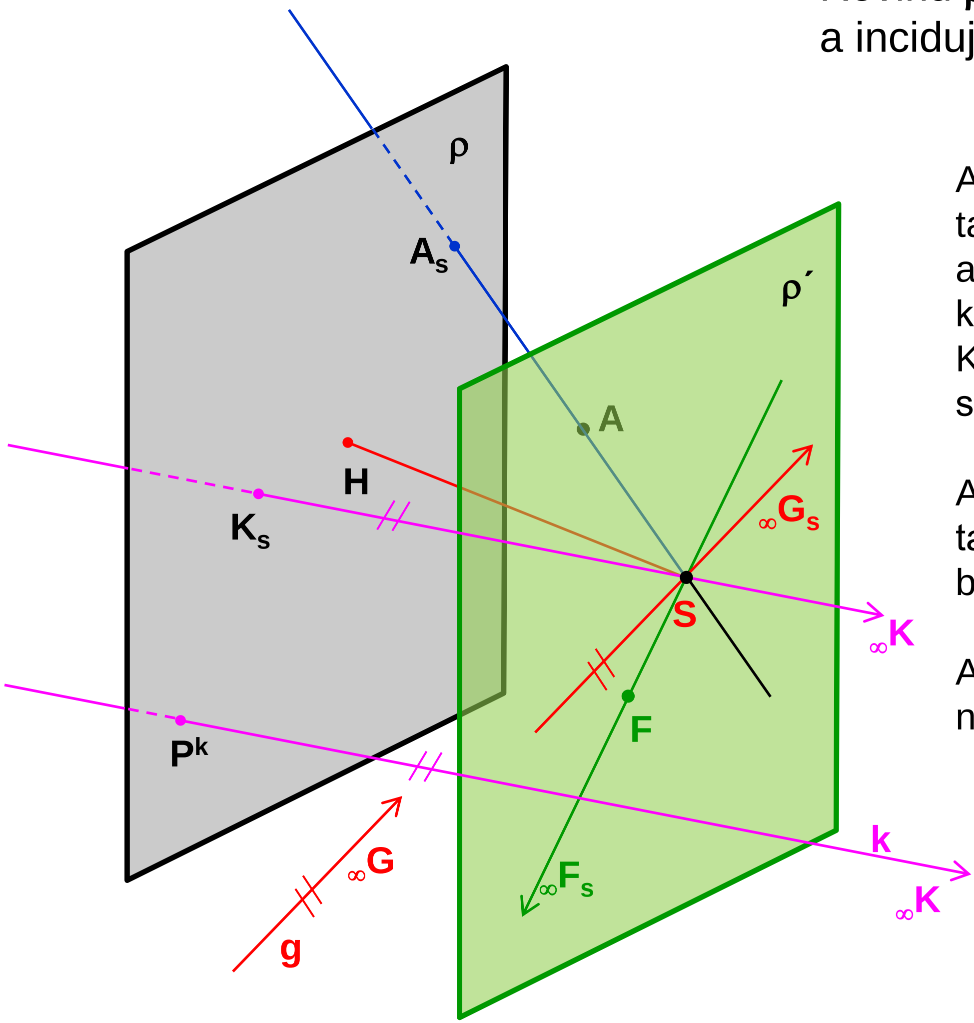


Poznámka 1:
V stredovom premietaní zobrazujeme všetky body priestoru $_{\infty}\mathbf{E}^3$ okrem bodu **S**.
Stredové premietanie nie je bijektívne zobrazenie.

Poznámka 2:
Zobrazenie ďalších bodov je na nasledujúcej strane.

Stredový priemet bodu

Rovinu ρ´, ktorá je rovnobežná s priemetňou ρ a inciduje s bodom **S**, nazývame **centrálna rovina**.



Ak bod **F** leží v centrálnej rovine ρ´, tak je priamka **SF** rovnobežná s priemetňou ρ v $\mathbf{E^3}$ a v $_\infty\mathbf{E^3}$ má priamka **SF** s rovinou ρ spoločný bod $_\infty\mathbf{F_s}$, ktorý je stredovým priemetom bodu **F**.
Každý bod (vlastný aj nevlastný) centrálnej roviny ρ´ sa premieta do nevlastného bodu.

Ak je priamka **g** rovnobežná s priemetňou, tak sa jej nevlastný bod $_\infty\mathbf{G}$ premieta do nevlastného bodu $_\infty\mathbf{G_s} = {_\infty\mathbf{G}}$.

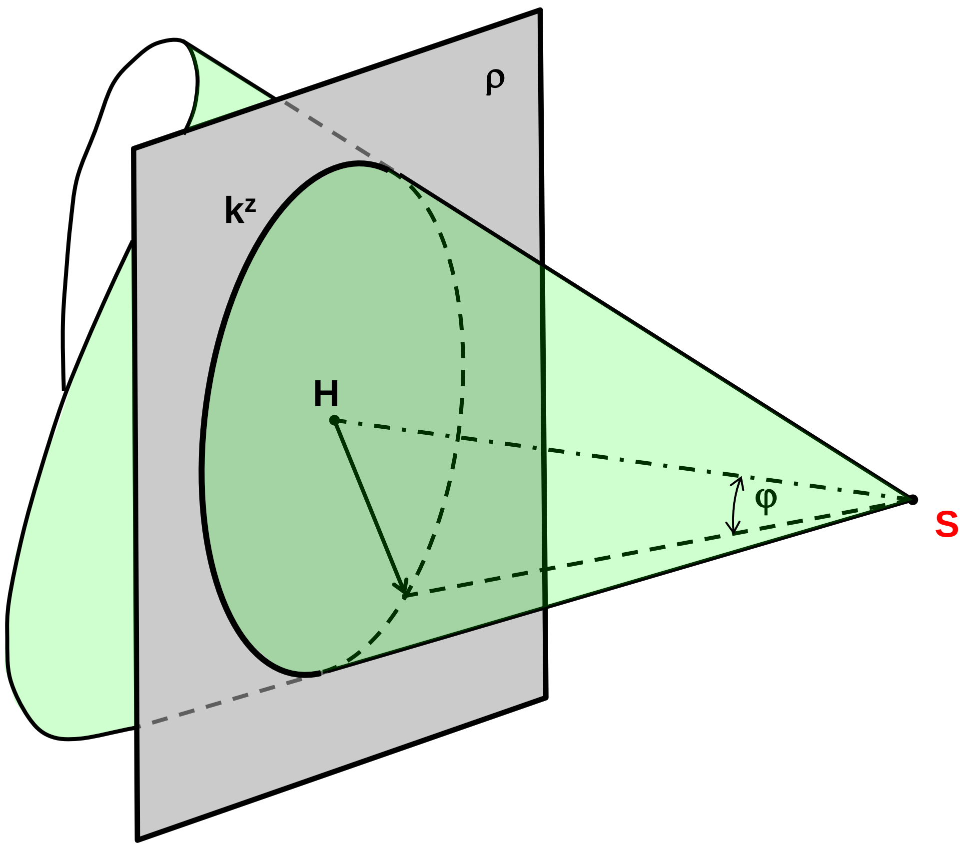
Ak je priamka **k** rôznobežná s priemetňou, tak jej nevlastný bod $_\infty\mathbf{K}$ sa premieta do vlastného bodu $\mathbf{K_s}$.

$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A_s}$
$\mathbf{F} \rightarrow {_\infty\mathbf{F_s}}$
$_\infty\mathbf{G} \rightarrow {_\infty\mathbf{G_s}}$
$_\infty\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{K_s}$

Stredový priemet bodu je bod.

Poznámka: Stredové premietanie a lineárna perspektíva

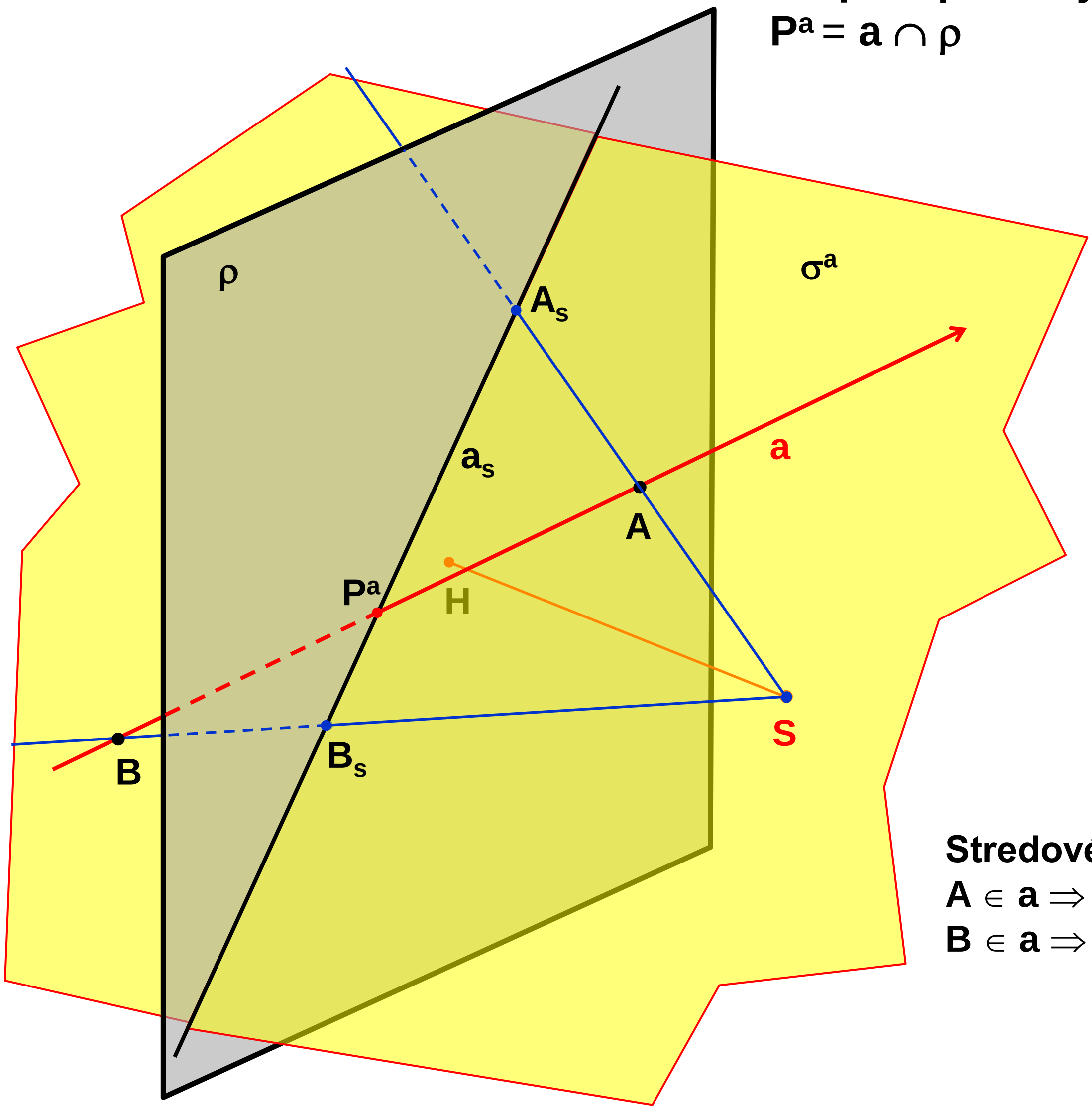
V stredovom premietaní zobrazujeme všetky body priestoru $_{\infty}\mathbf{E}^3$ okrem bodu **S**.
Lineárna perspektíva je špeciálny prípad stredového premietania, pričom zobrazujeme len body ležiace v priestore ohraničenom zornou kužeľovou plochou. Podrobnejšie pozri v kapitole Lineárna perspektíva.



Lineárna perspektíva je metóda zobrazenia trojrozmerného priestoru do roviny, ktoré je najbližšie ľudskému videniu jedným nepohyblivým okom.

Stredový priemet priamky, ktorá neprechádza stredom premietania

Stopník priamky je priesečník priamky s priemetňou.
P^a = a ∩ ρ

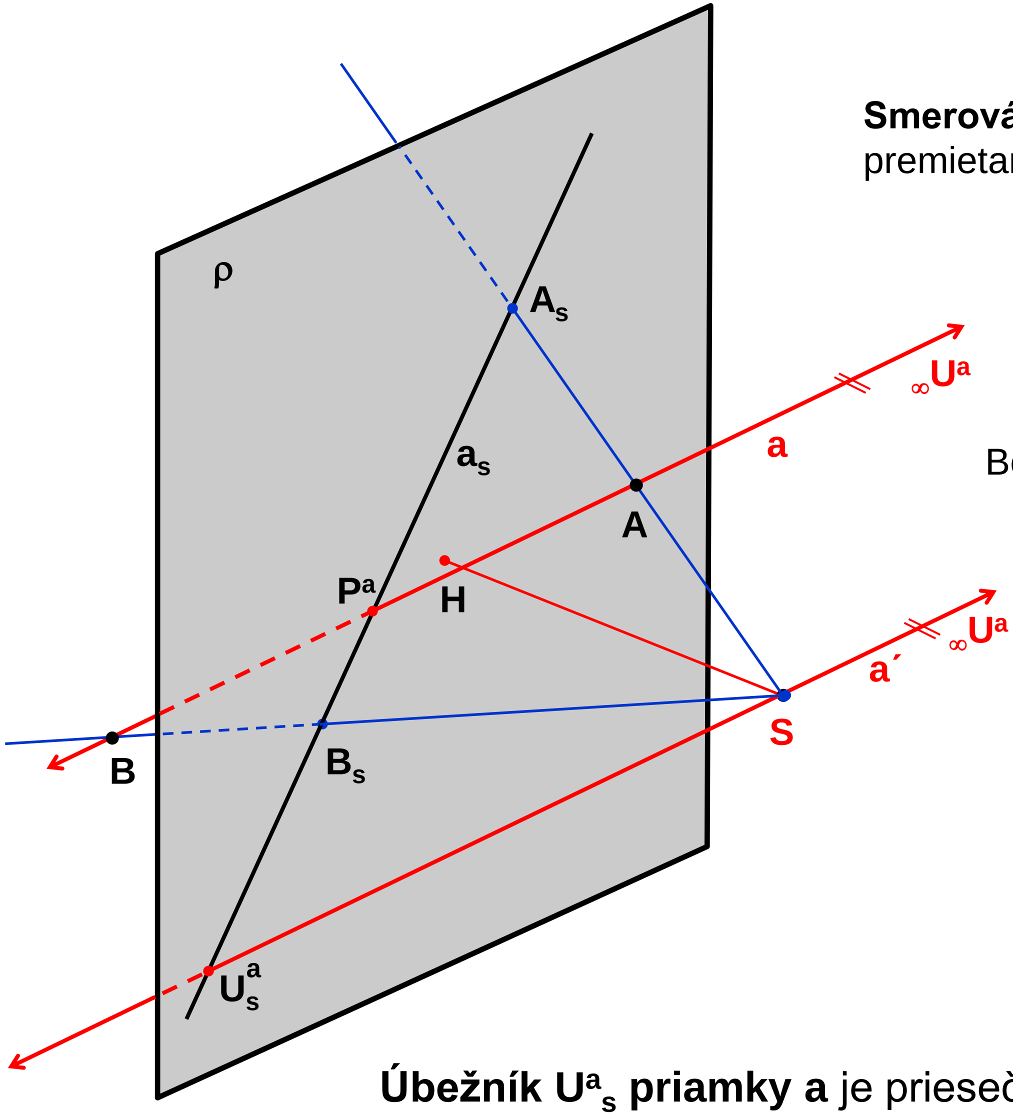


Priamka **a** a bod **S** určujú rovinu **σ^a**,
ktorá je **premietacou rovinou** priamky **a**.
Stredový priemet priamky **a** je priesečnica
roviny **σ^a** a priemetne.
$a_s = \sigma^a \cap \rho$.

Stredové premietanie zachováva incidenciu útvarov.
$A \in a \Rightarrow A_s \in a_s$
$B \in a \Rightarrow B_s \in a_s$

Stredový priemet priamky, ktorá neprechádza stredom premietania, je priamka.

Smerová priamka a úbežník priamky



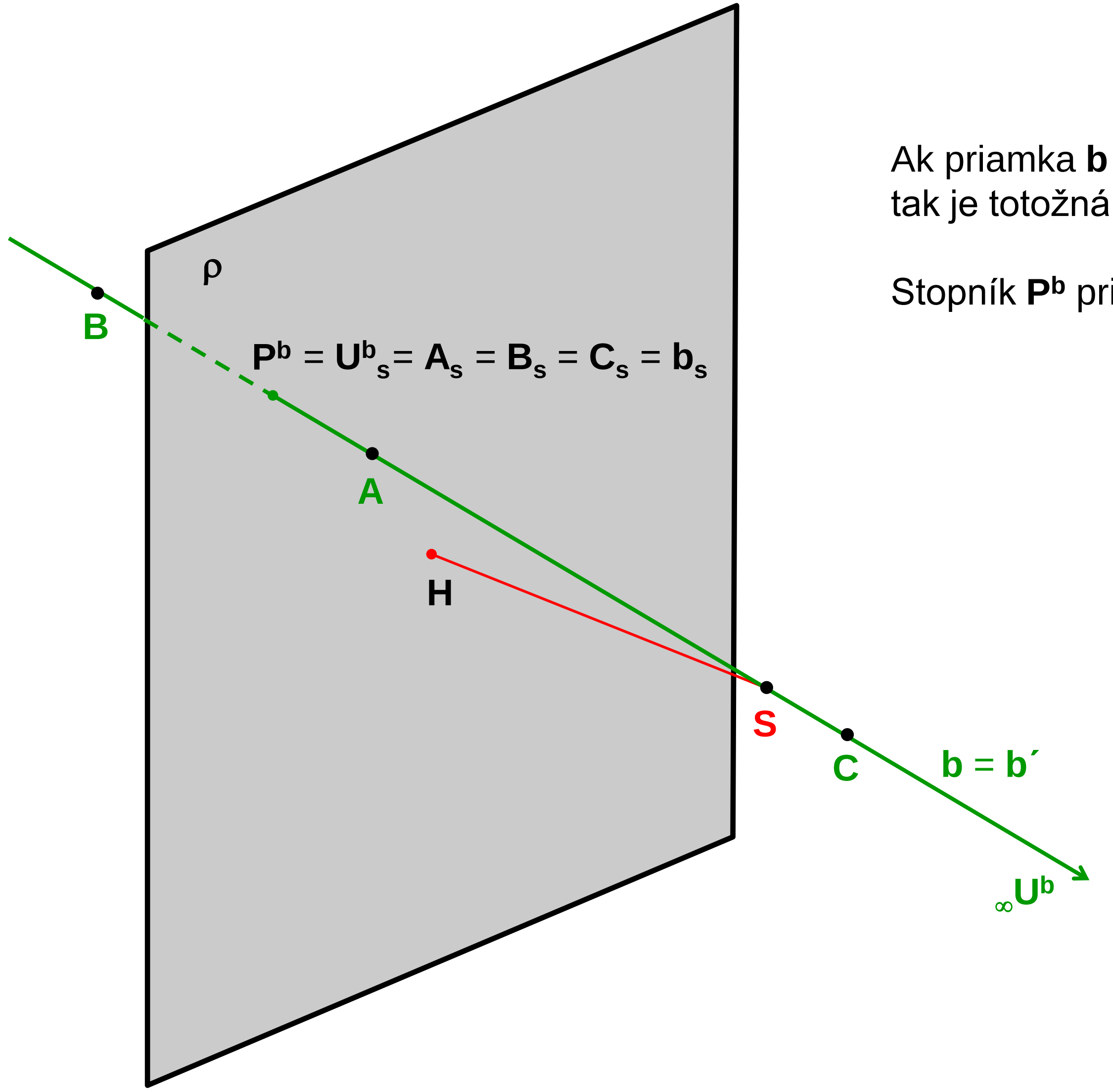
Smerová priamka a´ priamky **a** prechádza stredom premietania **S** a je rovnobežná s priamkou **a.**

Bod $_\infty$**U**^{a} je nevlastný bod priamok **a**, **a´**.

Úbežník U^a_s **priamky a** je priesečník jej smerovej priamky **a´** s priemetňou.

Úbežník U^a_s **priamky a** je stredový priemet jej nevlastného bodu $_\infty U^a$.

Stredový priemet priamky, ktorá prechádza stredom premietania



Ak priamka **b** prechádza stredom premietania,
tak je totožná so svojou smerovou priamkou **b´**.

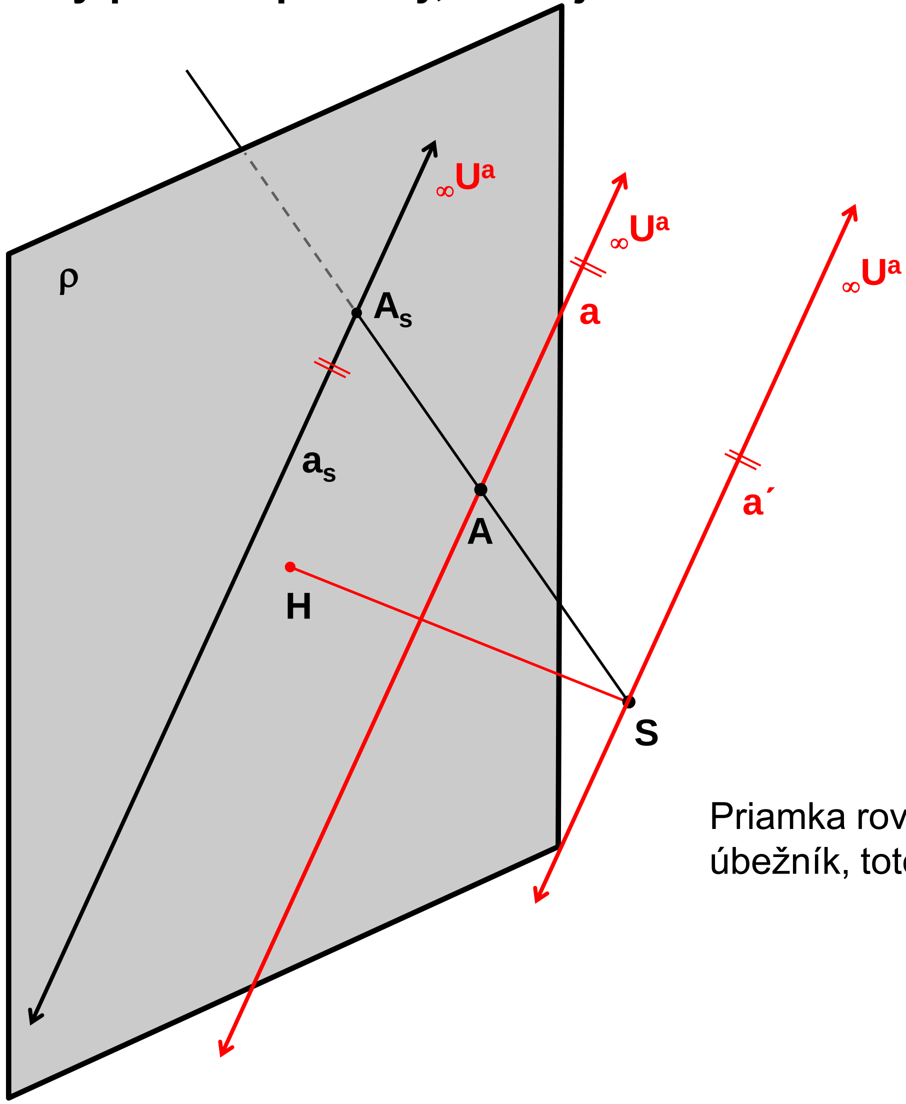
Stopník $\mathbf{P^b}$ priamky **b** je totožný s úbežníkom $\mathbf{U^b_s}$.

Stredový priemet priamky, ktorá prechádza stredom premietania, je bod.

Poznámka: Ak priamka prechádza stredom premietania a je rovnobežná s priemetňou, tak jej stredový priemet je nevlastný bod.

Stredový priemet priamky, ktorá je rovnobežná s priemetňou a neprechádza bodom S

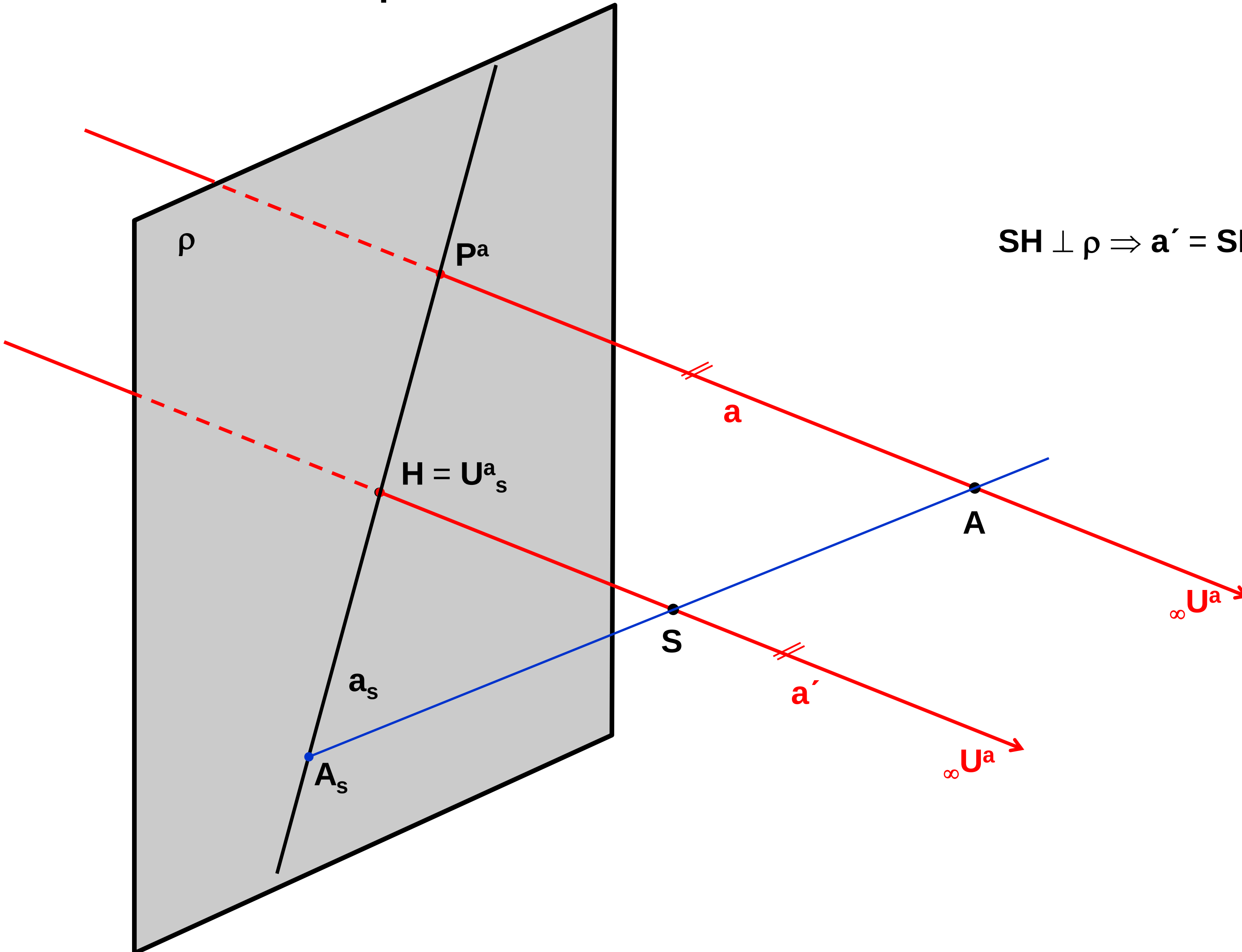
Mészárosová



Priamka rovnobežná s priemetňou má nevlastný stopník aj úbežník, totožný s nevlastným bodom priamky.

Priamka rovnobežná s priemetňou a jej stredový priemet sú navzájom rovnobežné priamky.

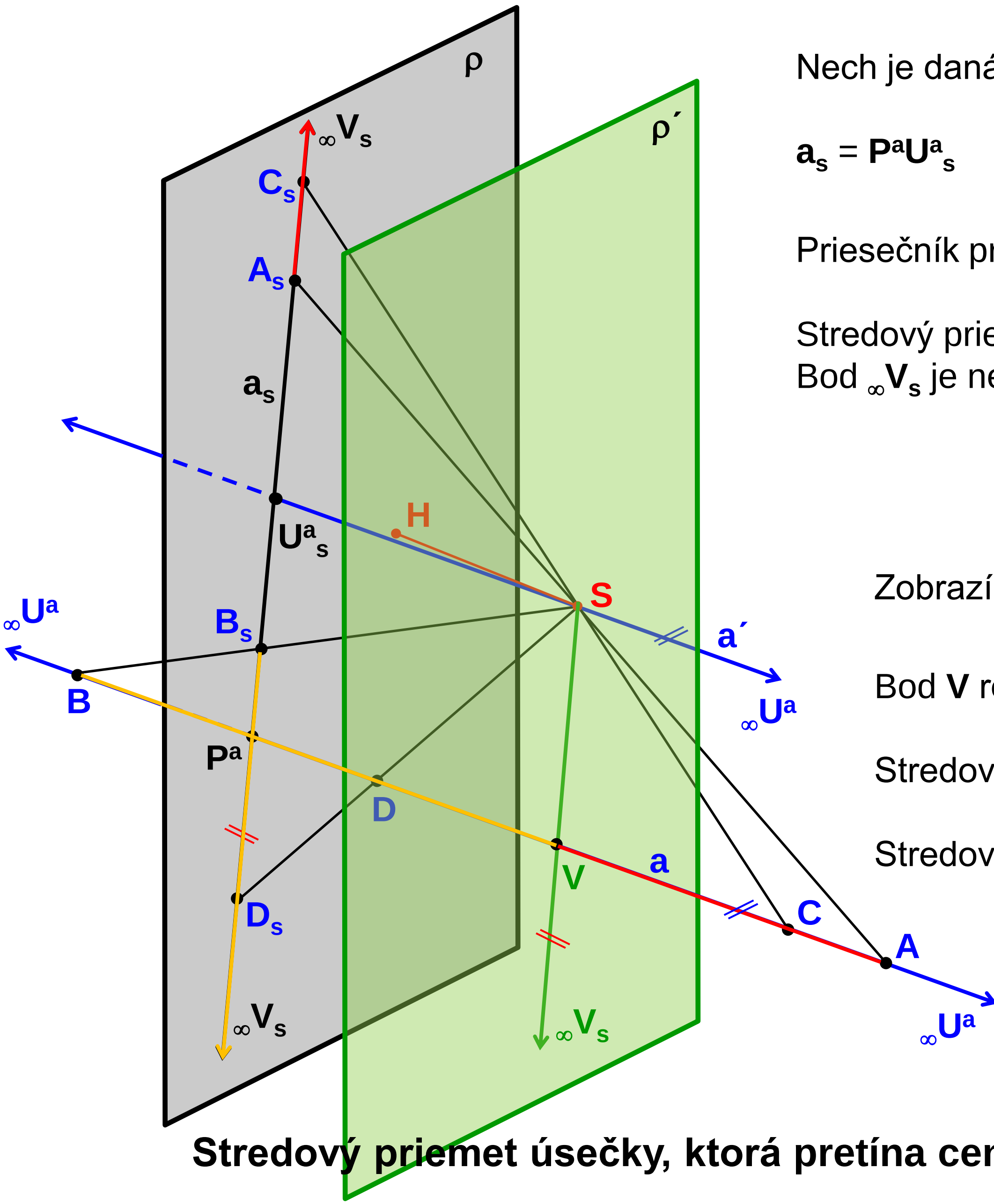
Priamka kolmá na priemetňu



$SH \perp \rho \Rightarrow a' = SH \Rightarrow U^a_s = H$

Priamka kolmá na priemetňu má úbežník totožný s hlavným bodom H, t. j. jej stredový priemet prechádza hlavným bodom H.

Stredový priemet úsečky, ktorá pretína centrálnu rovinu



Nech je daná priamka **a** = **AB**, jej stopník $\mathbf{P^a}$ a úbežník $\mathbf{U^a_s}$.

$\mathbf{a_s = P^a U^a_s}$

Priesečník priamky **a** s centrálnou rovinou ρ´ označíme **V**.

Stredový priemet bodu **V** je nevlastný bod $_{\infty}\mathbf{V_s}$.
Bod $_{\infty}\mathbf{V_s}$ je nevlastný bod priamky $\mathbf{a_s}$.

Zobrazíme body **A**, **B** a niekoľko bodov úsečky **AB** ⊂ **a**.

Bod **V** rozdeľuje úsečku **AB** na dve úsečky **AV** a **VB**.

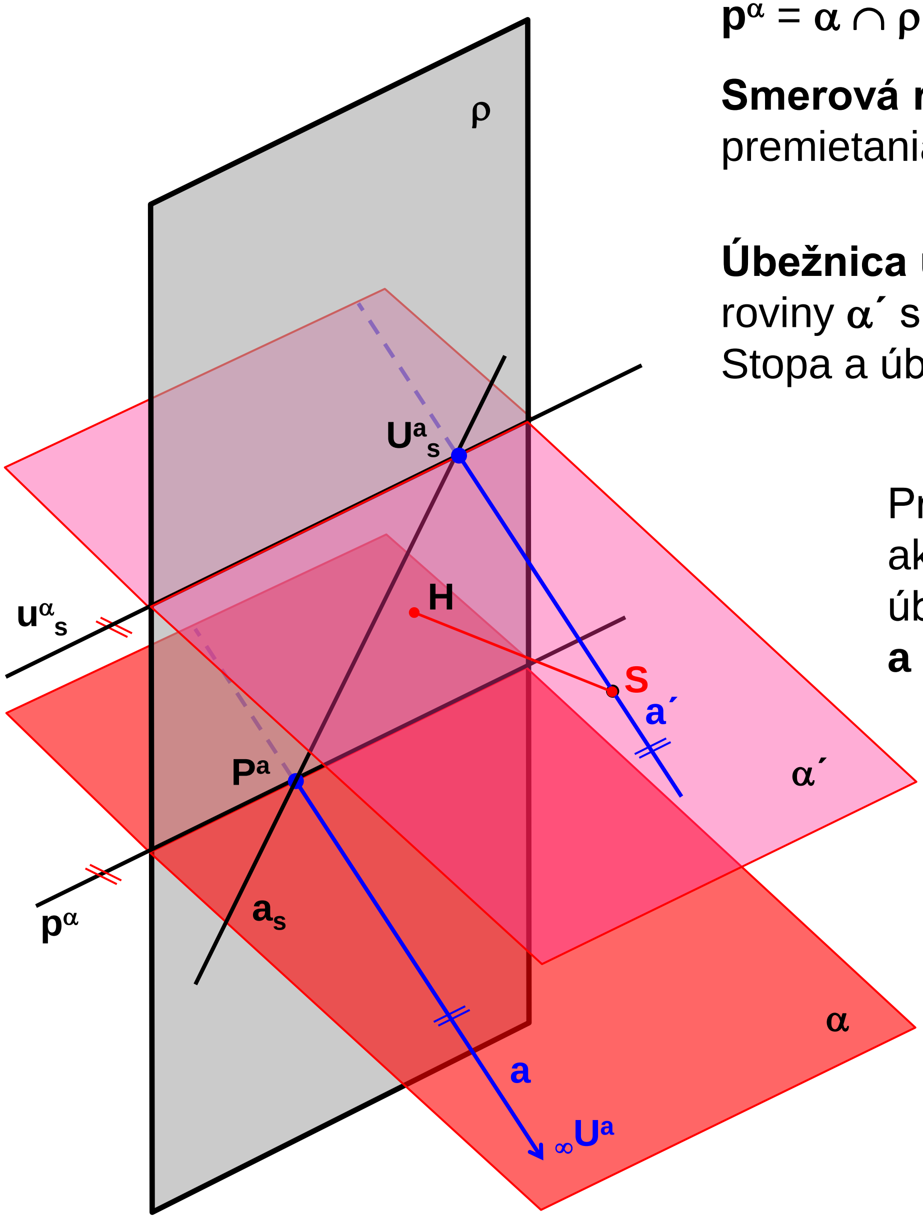
Stredový priemet úsečky **AV** je polpriamka $\overrightarrow{\mathbf{A_sC_s}}$.

Stredový priemet úsečky **BV** je polpriamka $\overrightarrow{\mathbf{B_sD_s}}$.

Mészárosová

Stredový priemet úsečky, ktorá pretína centrálnu rovinu, sú dve polpriamky.

Stopa roviny, smerová rovina roviny, úbežnica roviny. Priamka ležiaca v rovine.



Stopa roviny je priesečnica roviny s priemetňou.
$\mathbf{p}^\alpha = \alpha \cap \rho$

Smerová rovina α´ roviny α prechádza stredom premietania **S** a je rovnobežná s rovinou α .

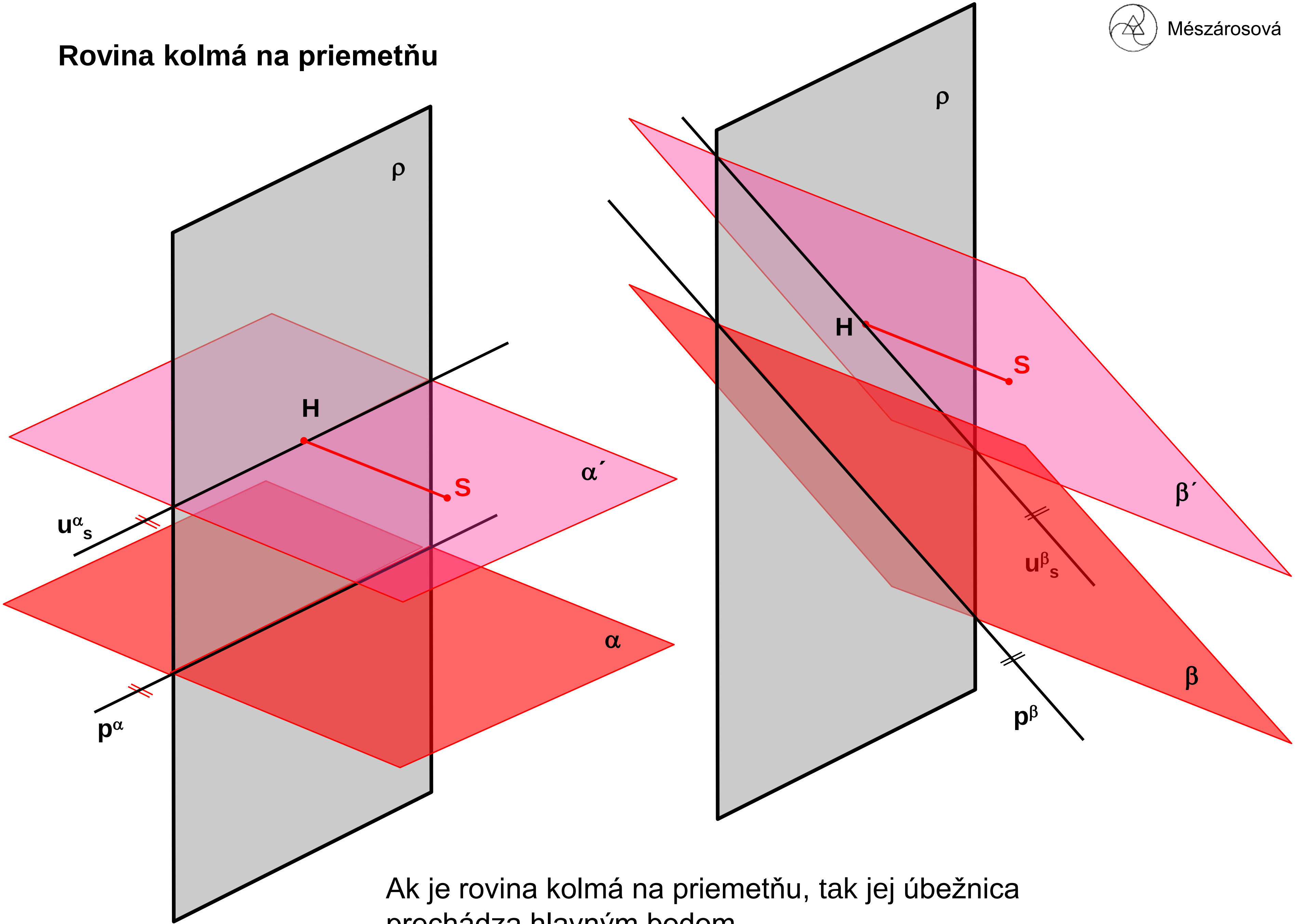
Úbežnica $\mathbf{u}^\alpha_s$ **roviny** α je priesečnica jej smerovej roviny α´ s priemetňou.
Stopa a úbežnica roviny sú navzájom rovnobežné.

Priamka leží v rovine práve vtedy,
ak jej stopník leží na stope tejto roviny a zároveň úbežník priamky leží na úbežnici tejto roviny.
$\mathbf{a} \subset \alpha \Leftrightarrow \mathbf{P}^a \in \mathbf{p}^\alpha \wedge \mathbf{U}^a_s \in \mathbf{u}^\alpha_s$

Stredový priemet priamky **a** je určený jej stopníkom a úbežníkom.
$\mathbf{a}_s = \mathbf{P}^a\mathbf{U}^a_s$

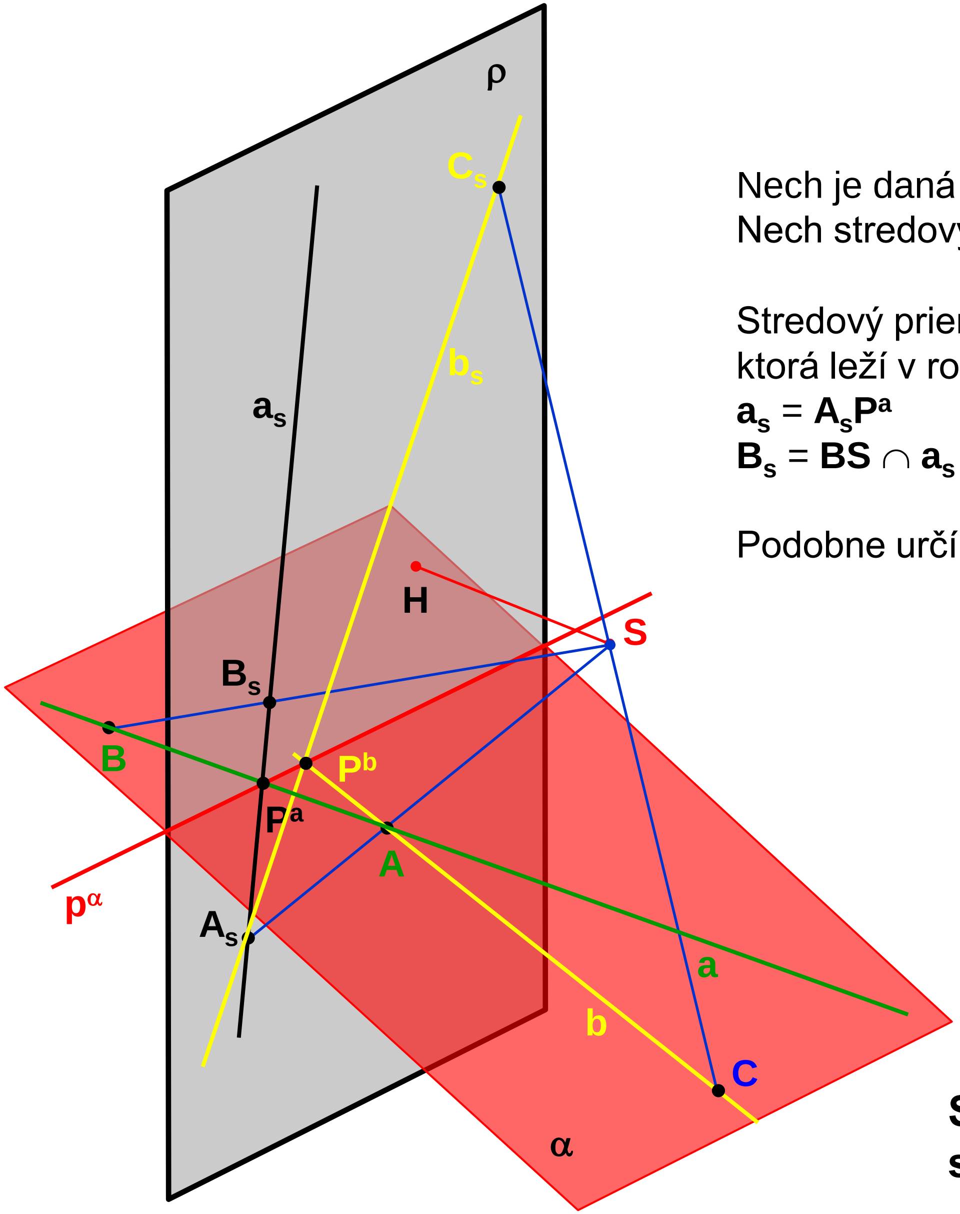
Mészárosová

Rovina kolmá na priemetňu



Ak je rovina kolmá na priemetňu, tak jej úbežnica prechádza hlavným bodom.

Stredový priemet roviny, ktorá neprechádza stredom premietania



Nech je daná rovina α a body **A**, **B**, **C**, ktoré v nej ležia.
Nech stredový priemet bodu **A** je bod $\mathbf{A_s}$.

Stredový priemet bodu **B** určíme pomocou priamky **a** = **AB**, ktorá leží v rovine α a preto jej stopník $\mathbf{P^a}$ leží na stope $\mathbf{p^\alpha}$ roviny α.

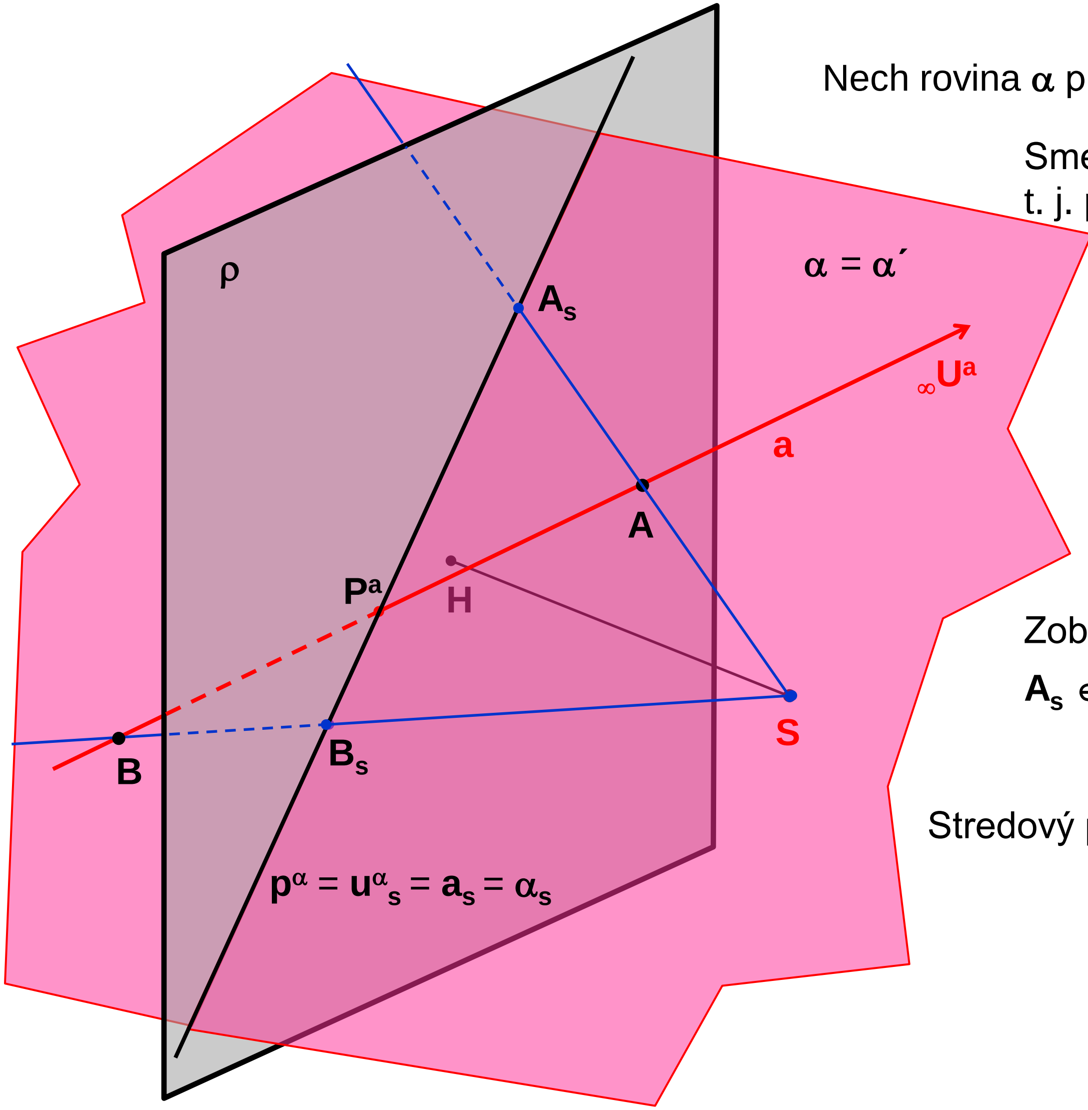
$\mathbf{a_s = A_s P^a}$

$\mathbf{B_s = BS \cap a_s}$

Podobne určíme stredový priemet bodu **C**.

Stredový priemet roviny, ktorá neinciduje so stredom premietania, je celá priemetňa.

Stredový priemet roviny, ktorá prechádza stredom premietania



Nech rovina α prechádza bodom **S** a priamka **a** leží v rovine α.

Smerová rovina α' roviny α je totožná s rovinou α, t. j. $\mathbf{p}^\alpha = \mathbf{u}^\alpha_s$.

Zobrazíme stredový priemet bodov $\mathbf{A} \in \mathbf{a}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{a}$.

$\mathbf{A_s} \in \mathbf{p}^\alpha$, $\mathbf{B_s} \in \mathbf{p}^\alpha \Rightarrow \mathbf{a_s} = \mathbf{p}^\alpha$

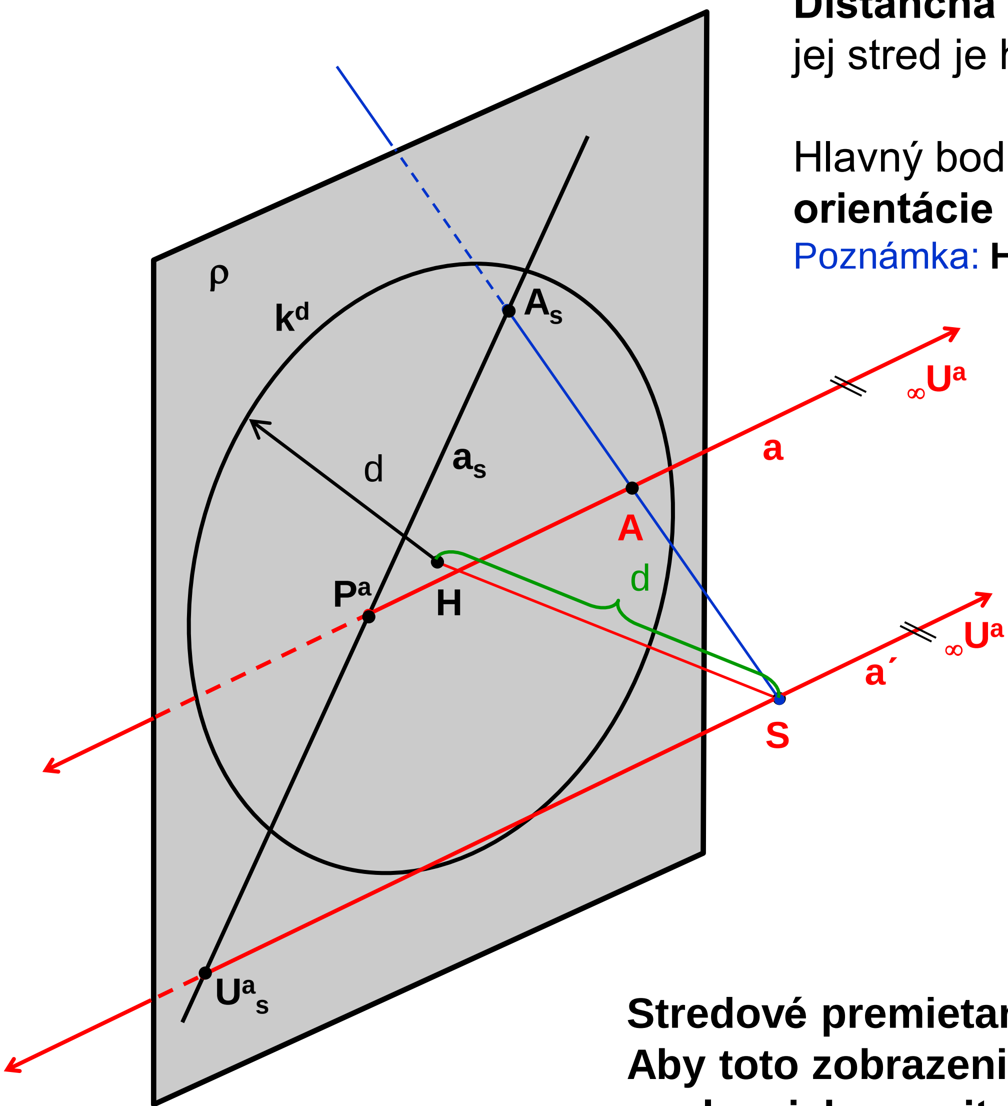
Stredový priemet roviny α je priamka $\mathbf{a_s} = \mathbf{p}^\alpha = \mathbf{u}^\alpha_s = \alpha_s$.

Stredový priemet roviny, ktorá prechádza stredom premietania, je priamka totožná so stopou roviny aj s jej úbežnicou.

Poznámka: Ak rovina prechádza bodom **S** a je rovnobežná s priemetňou, tak jej stredový priemet je nevlastná priamka.

Dištančná kružnica. Prvky vnútornej orientácie. Nositeľka bodu.

Mészárosová



Dištančná kružnica k^d leží v priemetni, jej stred je hlavný bod **H** a jej polomer sa rovná dištancii **d**.

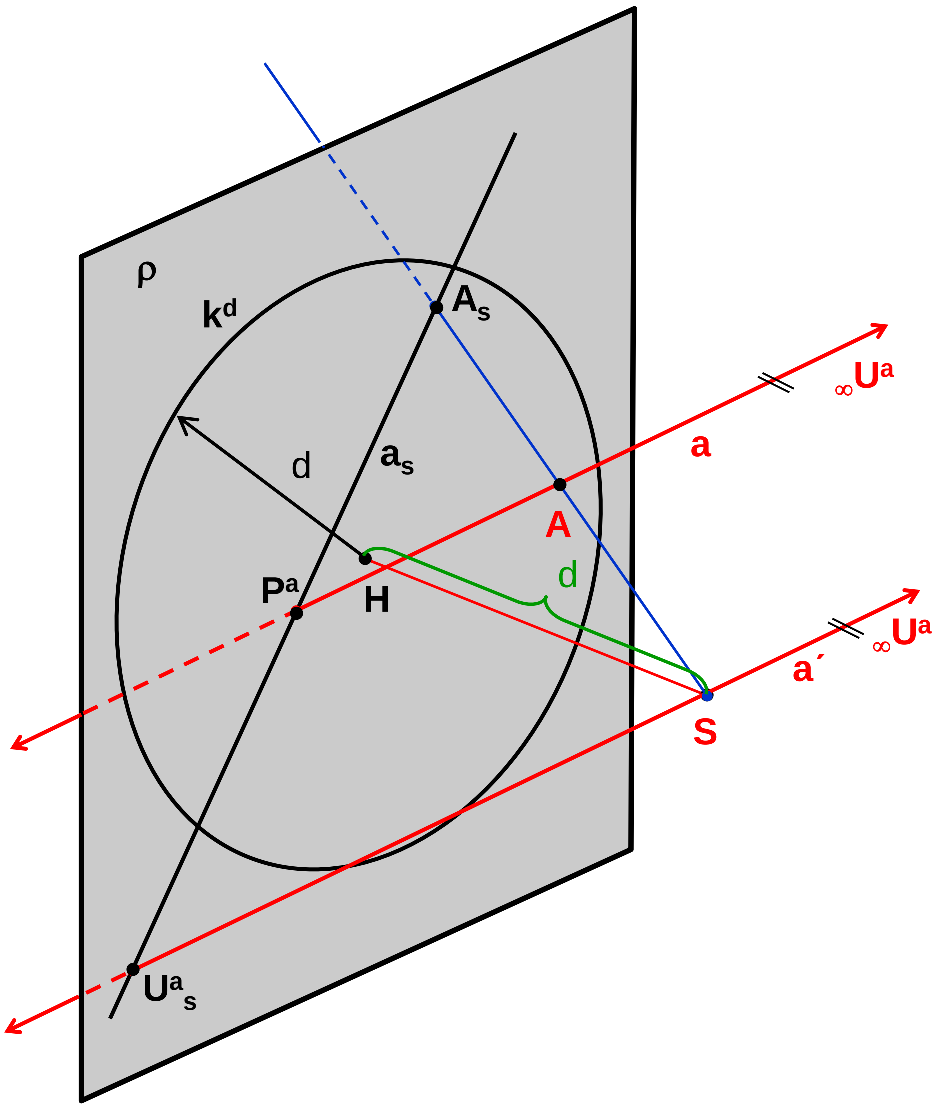
Hlavný bod a dištančná kružnica sú **prvky vnútornej orientácie** stredového premietania.
Poznámka: **H**, **k^d** určujú stredové premietanie.

Ak bod **A** leží na priamke **a**, tak ju nazývame **nositeľka bodu A**.

Stredový priemet priamky **a** je daný jej stopníkom **P^a** a úbežníkom **U^a_s**. Priamka **a** je nositeľkou bodu **A**.

Stredové premietanie nie je bijektívne zobrazenie.
Aby toto zobrazenie bolo bijektívne, každý bod zobrazujeme spolu s jeho nositeľkou.

Rekonštrukcia priamky a bodu zo stredového priemetu do priestoru



Stredový priemet priamky **a** je daný jej stopníkom $\mathbf{P^a}$ a úbežníkom $\mathbf{U^a_s}$.
Nech je priamka **a** nositeľkou bodu **A**.
Nech sú dané prvky vnútornej orientácie **H** a $\mathbf{k^d}$.
Tieto prvky jednoznačne určujú v priestore priamku **a** a bod **A**.

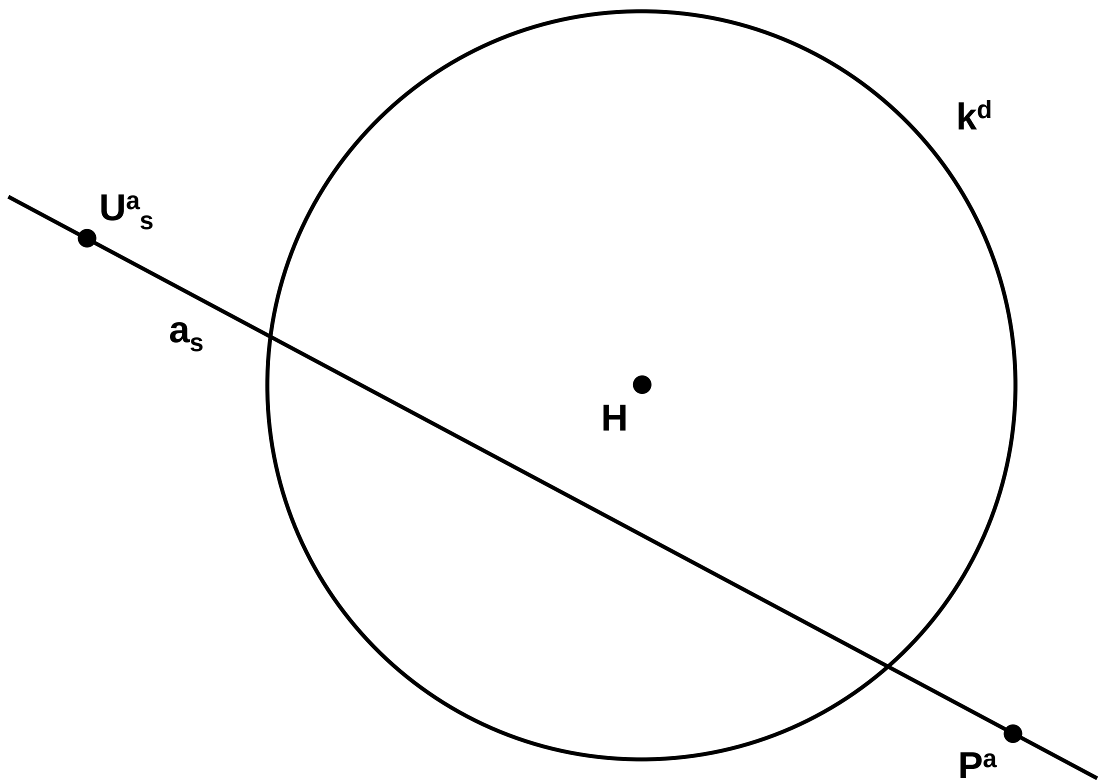
Postup rekonštrukcie priamky **a** a bodu **A** zo stredového priemetu do priestoru:

Bod **S**, stred premietania, leží na kolmici k priemetni, ktorá prechádza bodom **H**.
Vzdialenosť bodu **S** od bodu **H** sa rovná dištancii **d**.
Poznámka: Bod **S** môže byť „pred“ alebo „za“ priemetňou.

Spojnica úbežníka $\mathbf{U^a_s}$ a stredu premietania **S** je smerová priamka **a´** priamky **a**.

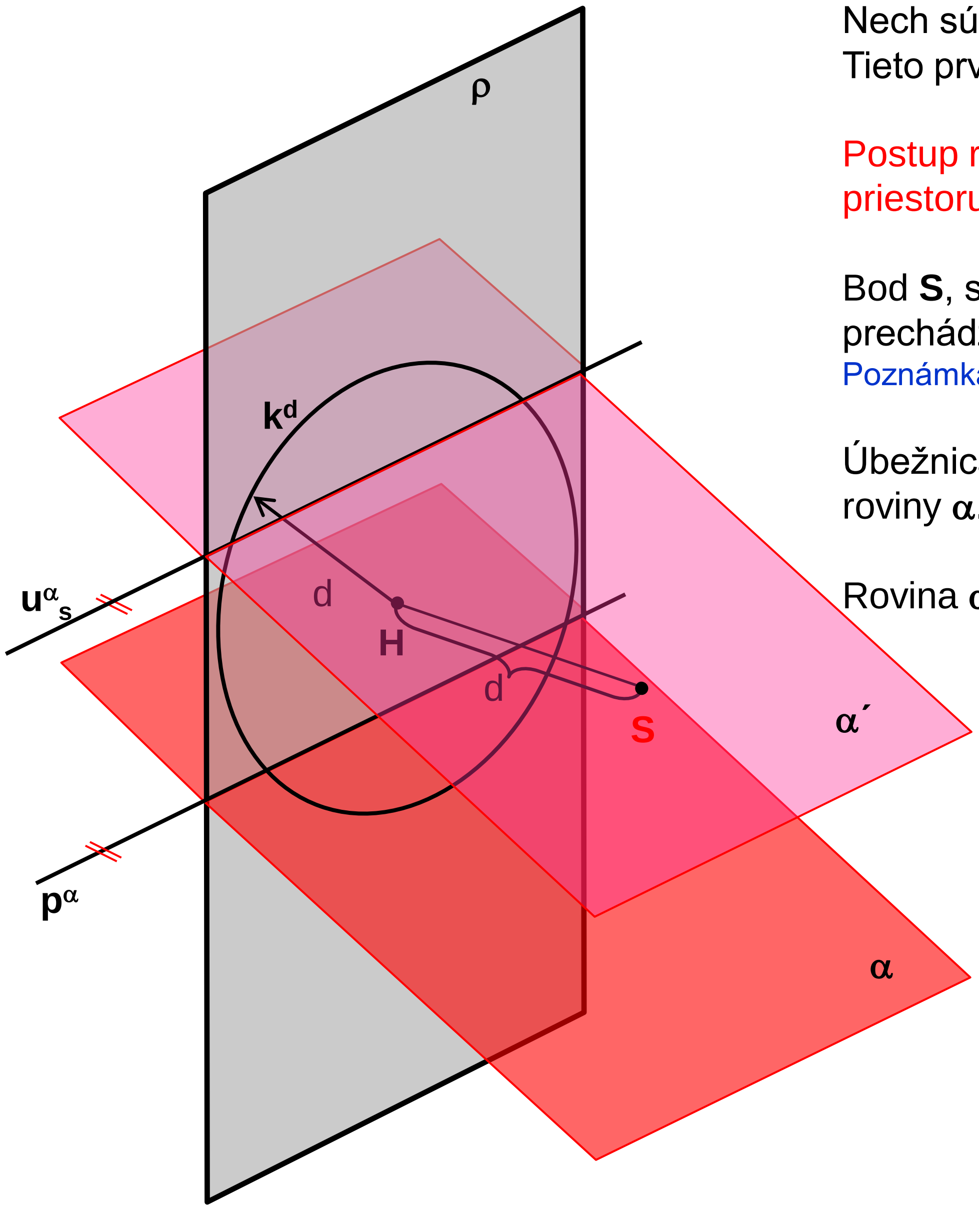
Priamka **a** je rovnobežná s priamkou **a´** a inciduje so stopníkom $\mathbf{P^a}$.
Bod **A** je priesečník priamky **a** s priamkou $\mathbf{SA_s}$.

Urobte rekonštrukciu priamky **a** zo stredového priemetu do priestoru.



Mészárosová

Rekonštrukcia roviny zo stredového priemetu do priestoru



Nech je daná stopa $\mathbf{p}^\alpha$ a úbežnica $\mathbf{u}^\alpha_s$ roviny α.
Nech sú dané prvky vnútornej orientácie **H** a $\mathbf{k}^d$.
Tieto prvky jednoznačne určujú v priestore rovinu α.

Postup rekonštrukcie roviny α zo stredového priemetu do priestoru:

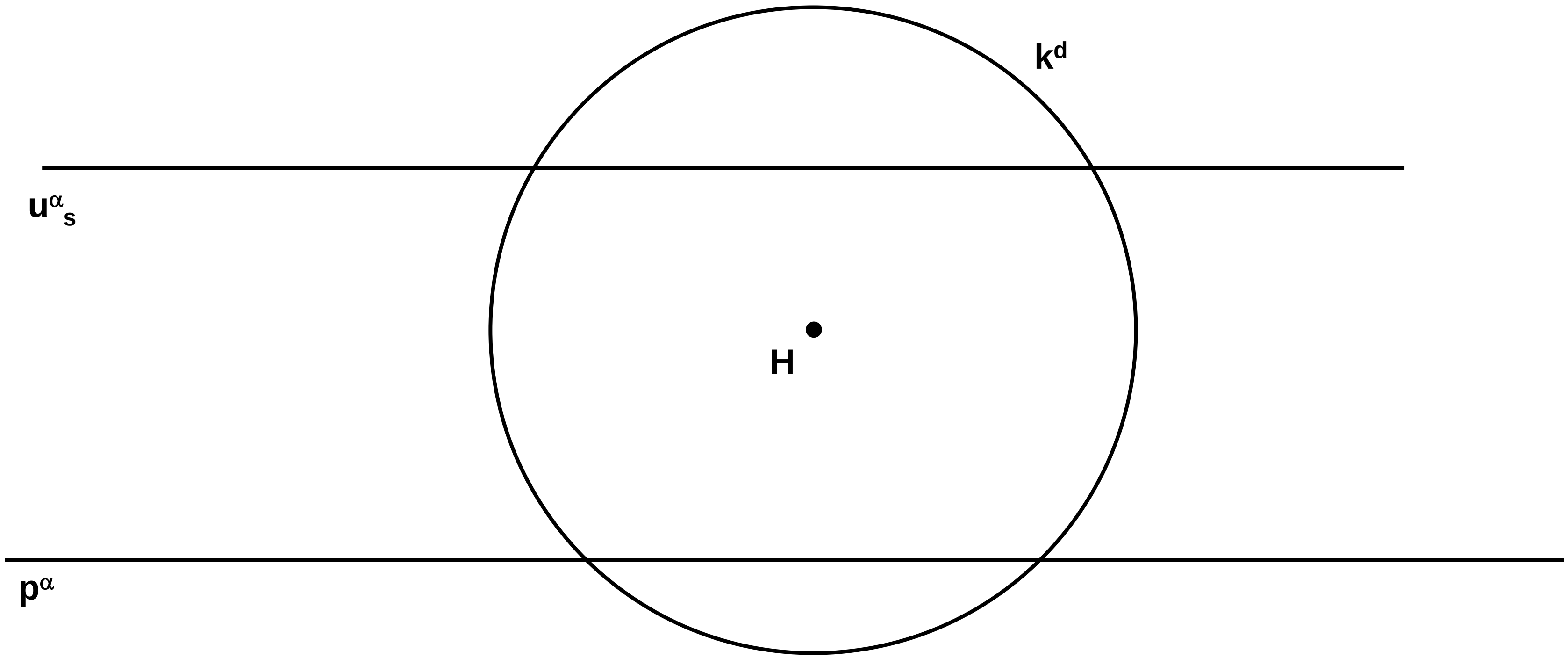
Bod **S**, stred premietania, leží na kolmici k priemetni, ktorá prechádza bodom **H**, vo vzdialenosti **d** od bodu **H**.
Poznámka: Bod **S** môže byť „pred“ alebo „za“ priemetňou.

Úbežnica $\mathbf{u}^\alpha_s$ a bod **S** určujú rovinu α', smerovú rovinu roviny α.

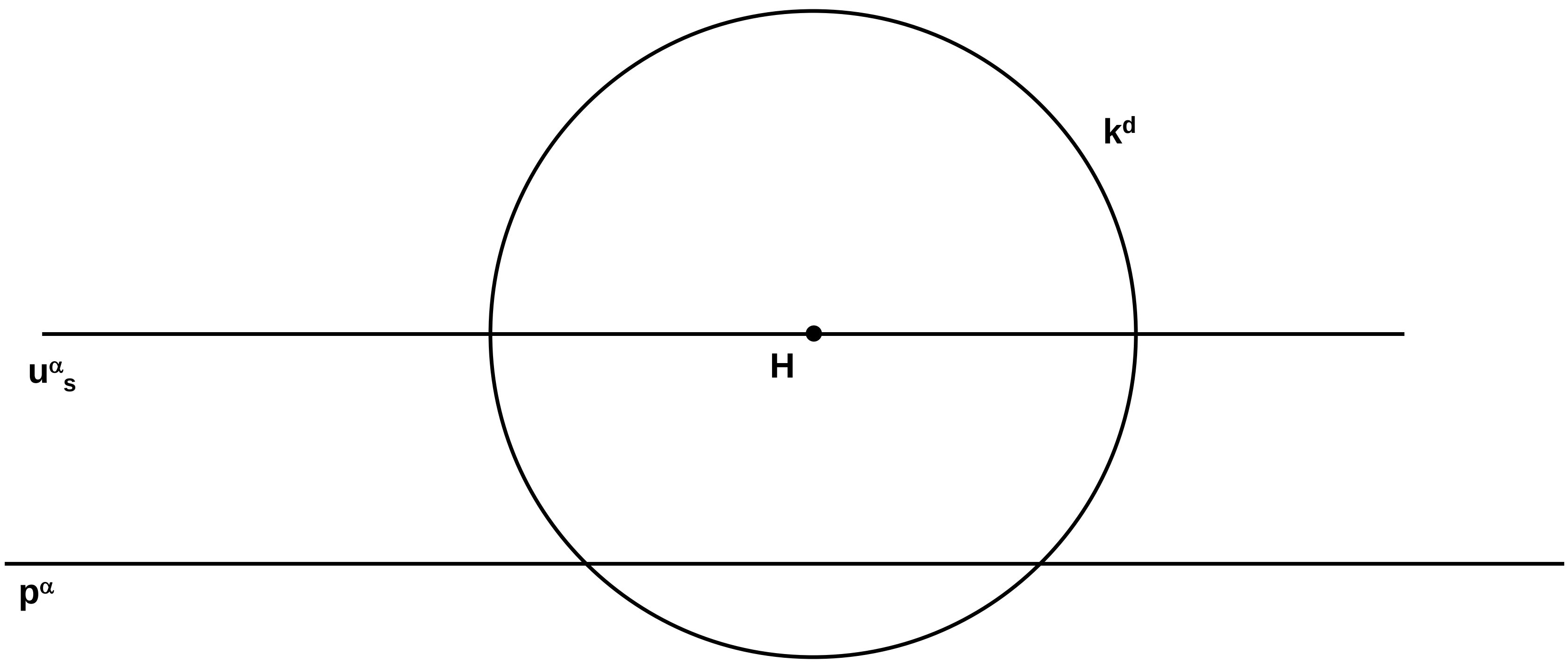
Rovina α je rovnobežná s rovinou α' a inciduje so stopou $\mathbf{p}^\alpha$.

Mészárosová

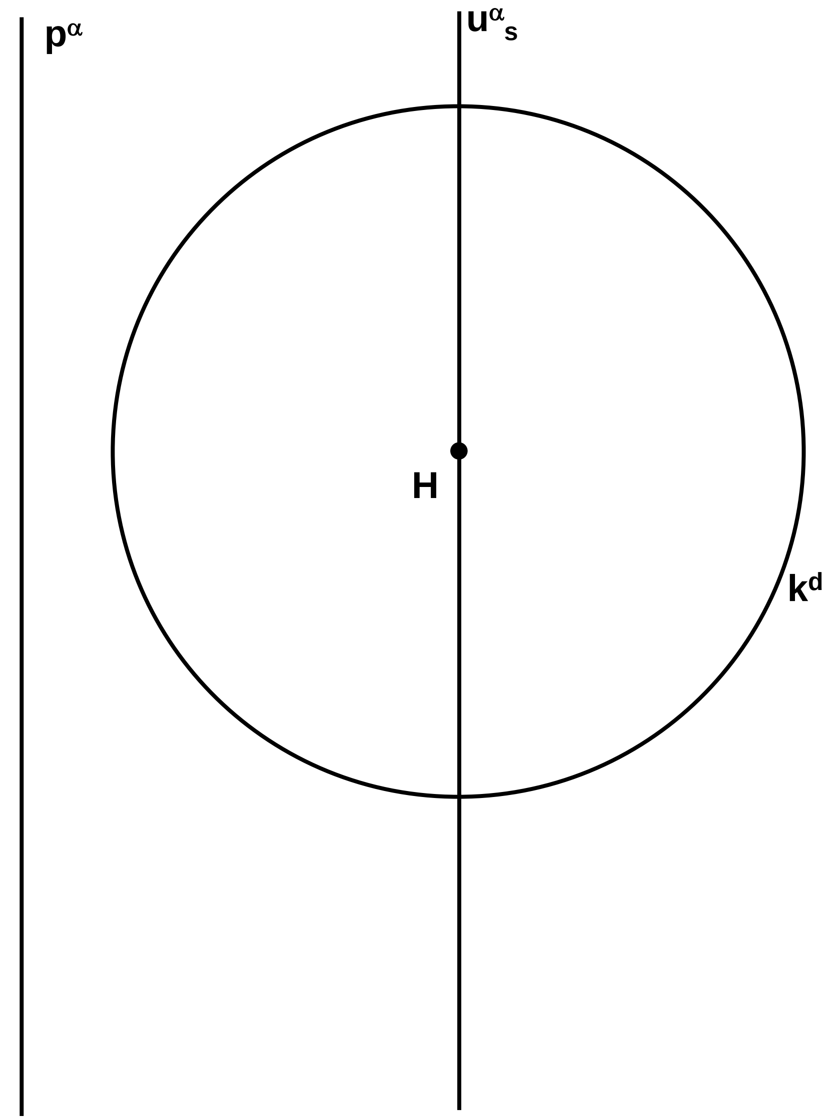
Urobte rekonštrukciu roviny α zo stredového priemetu do priestoru.



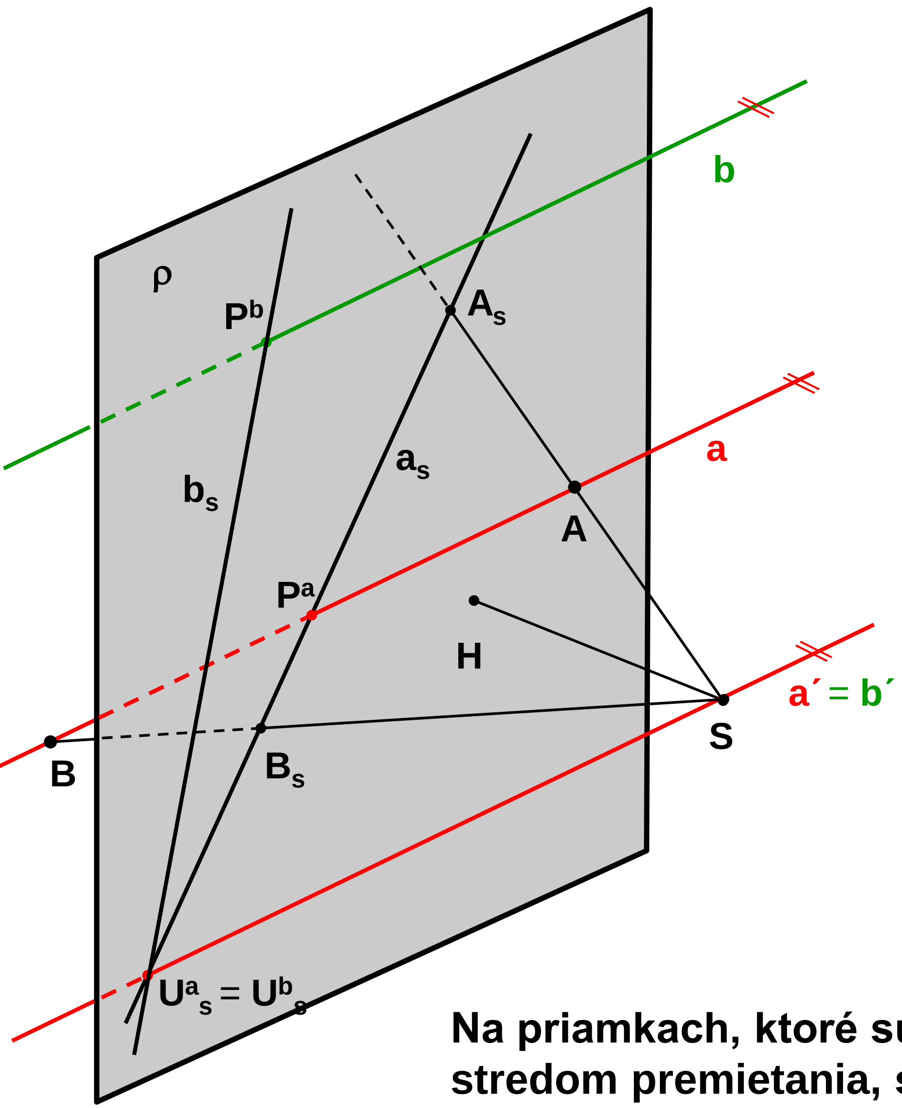
Urobte rekonštrukciu roviny α zo stredového priemetu do priestoru.



Urobte rekonštrukciu roviny α zo stredového priemetu do priestoru.



Stredový priemet rovnobežných priamok, ktoré nie sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú stredom premietania



Nech sú dané rovnobežné priamky **a** a **b** so stopníkmi **P^a** a **P^b**.

Smerové priamky **a´** a **b´** sú totožné.
Úbežníky **U^a_s** a **U^b_s** sú totožné.

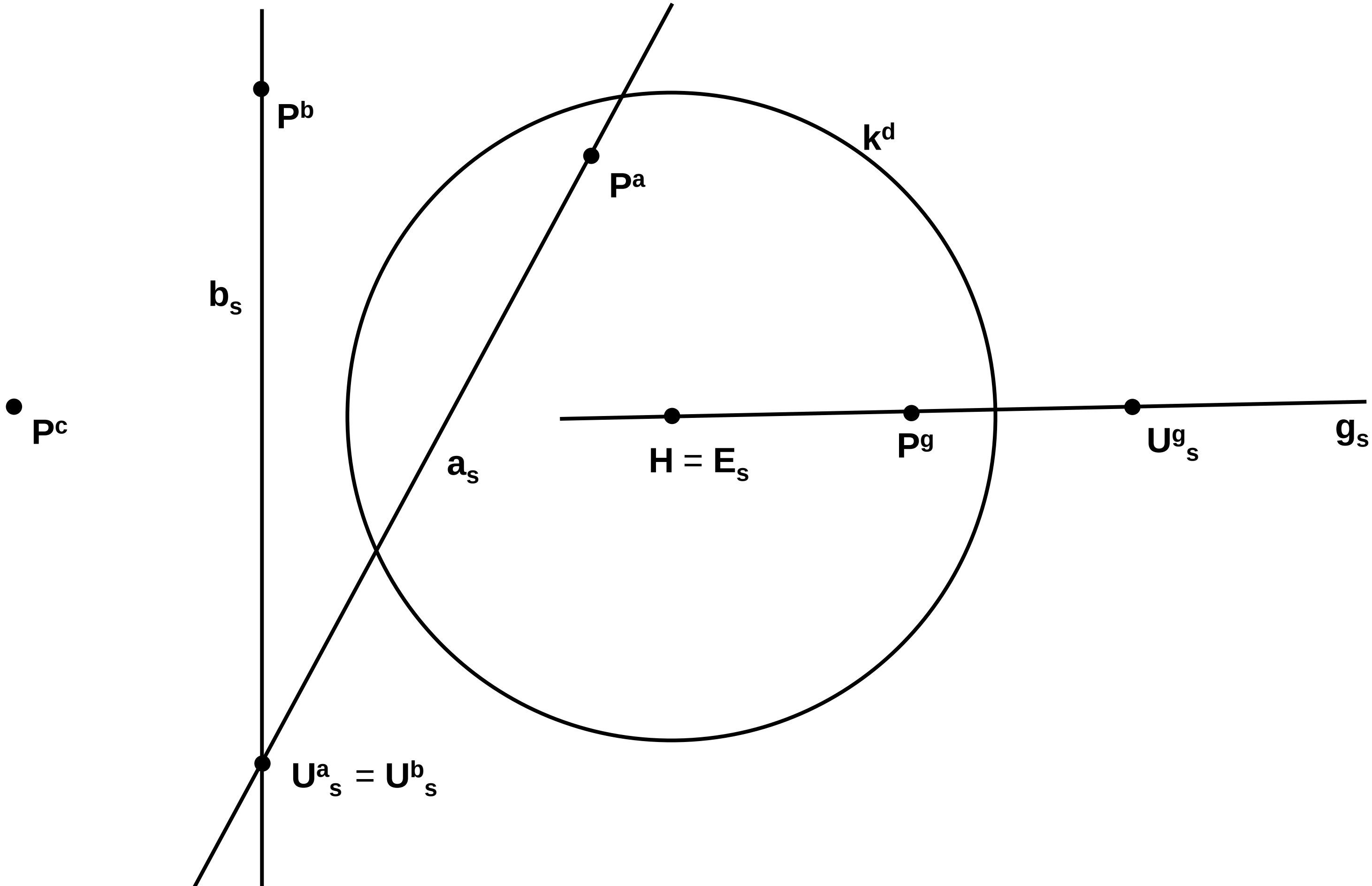
$\mathbf{a_s = P^aU^a_s}$
$\mathbf{b_s = P^bU^b_s}$

Stredový priemet navzájom rovnobežných priamok, ktoré nie sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú stredom premietania, sú rôznobežky.
Ich priesečníkom je ich spoločný úbežník.

Na priamkach, ktoré sú rôznobežné s priemetňou a neprechádzajú stredom premietania, sa nezachováva deliaci pomer bodov.

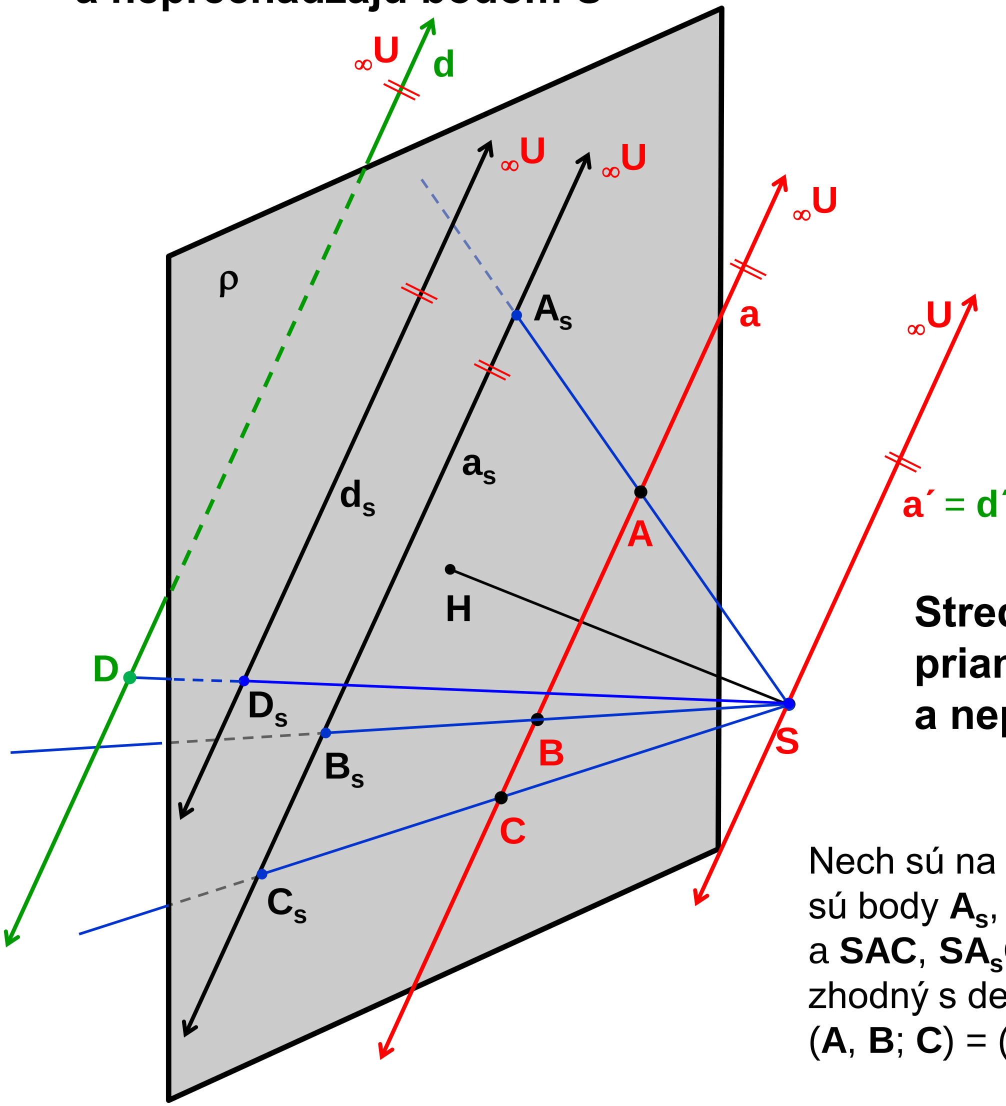
Príklad: Stopník **P^a** priamky **a** je stred úsečky **AB**, ale nie je stredom úsečky **A_sB_s**.

Narysujte stredový priemet priamky **c**, ktorá je určená stopníkom **P**$^{\mathbf{c}}$ a je rovnobežná s priamkami **a** a **b**.
Narysujte stredový priemet priamky **e**, ktorá prechádza bodom **E** a je rovnobežná s priamkami **a** a **b**. Nositeľkou bodu **E** je priamka **g**.



Urobte rekonštrukciu bodu **E** do priestoru.
Narysujte stopník priamky **e**.

Stredový priemet rovnobežných priamok, ktoré sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú bodom S



Nech sú dané rovnobežné priamky **a** a **d**, ktoré sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú bodom **S**.
Smerové priamky **a´** a **d´** sú totožné.

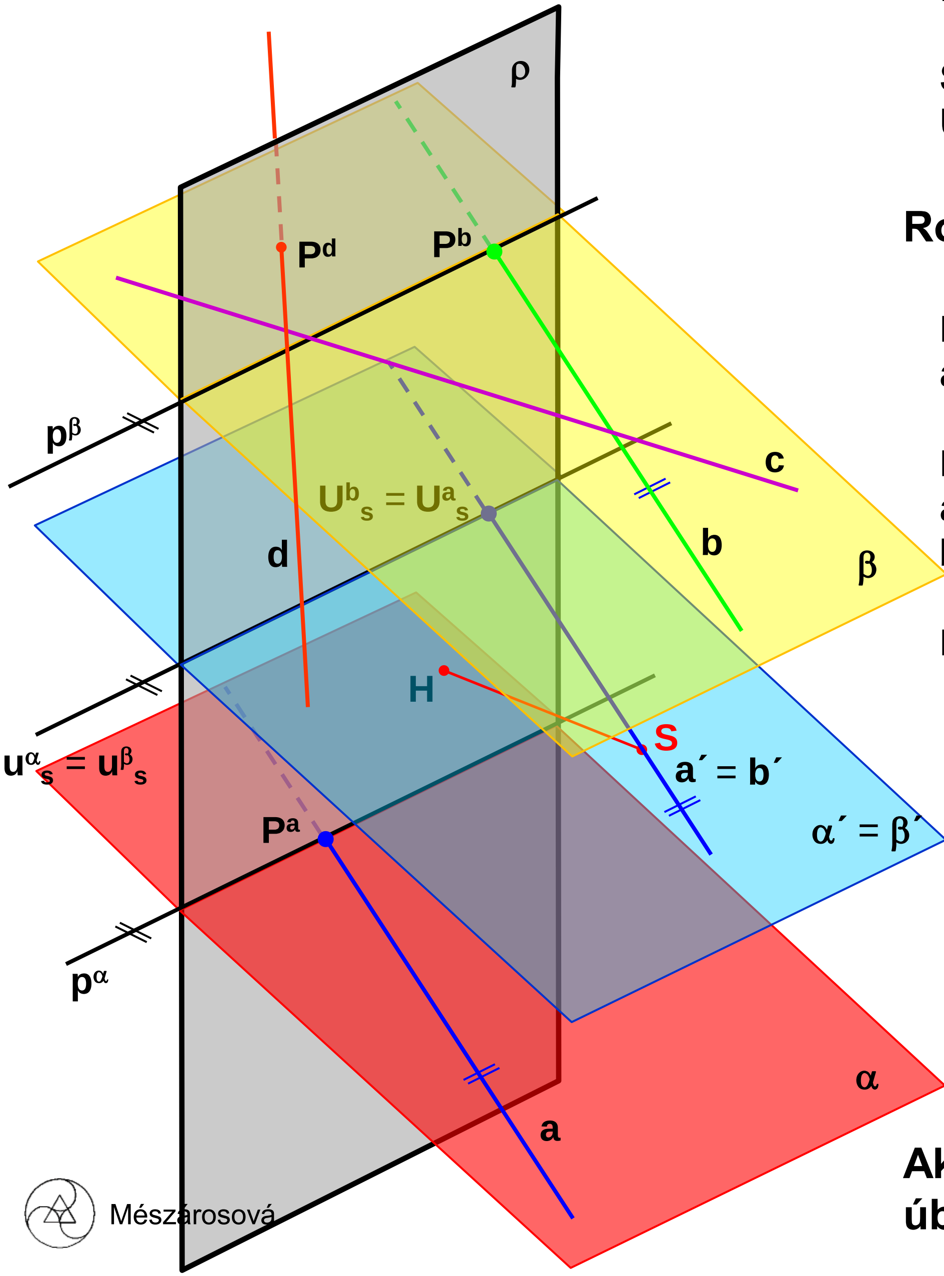
Priamky **a** a **d** majú spoločný nevlastný bod $_\infty$**U**, ktorý je zároveň aj ich stopníkom, aj úbežníkom.

Stredové priemety navzájom rovnobežných priamok, ktoré sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú bodom S, sú rovnobežky.

Nech sú na priamke **a** dané body **A**, **B**, **C**. Ich stredové priemety sú body A_s, B_s, C_s. Z podobnosti trojuholníkov **SAB**, SA_sB_s a **SAC**, SA_sC_s vyplýva, že deliaci pomer bodov **A**, **B**, **C** je zhodný s deliacim pomerom bodov A_s, B_s, C_s.
$(A, B; C) = (A_s, B_s; C_s)$

Na priamkach, ktoré sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú bodom S, sa zachováva deliaci pomer bodov.

Rovnobežné roviny
a priamky rovnobežné s rovinou



Nech sú dané rovnobežné roviny α a β.
Ich stopy $\mathbf{p}^\alpha$ a $\mathbf{p}^\beta$ sú rovnobežné.

Smerová rovina α' je totožná so smerovou rovinou β'.
Úbežnica $\mathbf{u}^\alpha_s$ je totožná s úbežnicou $\mathbf{u}^\beta_s$.

Rovnobežné roviny majú spoločnú úbežnicu.

Priamka **a** ležiaca v rovine α má stopník $\mathbf{P}^\mathbf{a}$ na stope $\mathbf{p}^\alpha$ a úbežník $\mathbf{U}^\mathbf{a}_s$ na úbežnici $\mathbf{u}^\alpha_s$.

Priamka **b** ležiaca v rovine β má stopník $\mathbf{P}^\mathbf{b}$ na stope $\mathbf{p}^\beta$ a úbežník $\mathbf{U}^\mathbf{b}_s$ na úbežnici $\mathbf{u}^\alpha_s = \mathbf{u}^\beta_s$.
$\mathbf{b} \parallel \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{U}^\mathbf{b}_s = \mathbf{U}^\mathbf{a}_s$

Priamka **b** je s rovinou α rovnobežná, t. j. $\mathbf{U}^\mathbf{b}_s \in \mathbf{u}^\alpha_s$.

Určte stopník a úbežník priamky **c**, ktorá leží v rovine β.

Určte úbežník priamky **d**, ktorá je rovnobežná s rovinou α.

Ak je priamka rovnobežná s rovinou, tak jej úbežník leží na úbežnici tejto roviny.

Mészárosová

Vlastnosti stredového premietania

1) Stredové premietanie **zachováva incidenciu útvarov**.

2) Stredové premietanie **nezachováva rovnobežnosť priamok**,
okrem navzájom rovnobežných priamok, ktoré sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú stredom premietania. Pozri strany 26 a 28.

3) Stredové premietanie **nezachováva deliaci pomer bodov na priamke**,
okrem priamok, ktoré sú rovnobežné s priemetňou a neprechádzajú stredom premietania.
Pozri strany 26 a 28.

Otázky na zopakovanie

1) Čím je určené stredové premietanie?
2) Napíšte definíciu stredového premietania.
3) Čo je stredovým priemetom bodu?
4) Čo je stredovým priemetom priamky, ktorá neprechádza stredom premietania?
5) Čo je stredovým priemetom priamky, ktorá prechádza stredom premietania?
6) Čo je stredovým priemetom roviny, ktorá neprechádza stredom premietania?
7) Čo je stredovým priemetom roviny, ktorá prechádza stredom premietania?
8) Čo je stredovým priemetom rovnobežných priamok, ktoré neprechádzajú stredom premietania?
9) Čo platí pre stopy a úbežnice rovnobežných rovín?
10) Čo platí pre stopník a úbežník priamky **a**, ktorá je rovnobežná s rovinou α?
11) Napíšte vlastnosti stredového premietania.

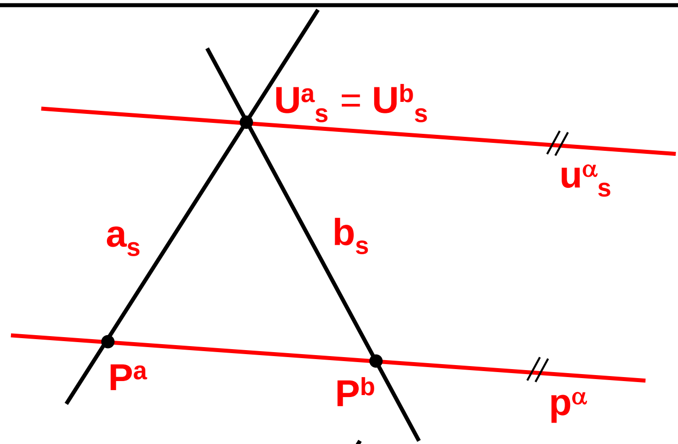
Vysvetlite nasledujúce pojmy:

1) hlavný bod, dištancia a dištančná kružnica
2) stopník priamky a stopa roviny
3) smerová priamka, smerová rovina
4) úbežník priamky a úbežnica roviny

Daný je stredový priemet priamok **a**, **b**. Určte vzájomnú polohu priamok **a** a **b** v priestore.

Mészárosová

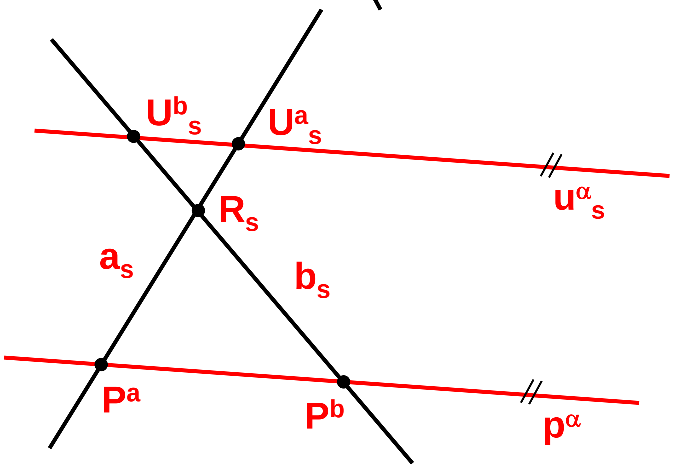
S1a



Riešenie a postup rysovania a:

Priamky **a** a **b** majú totožný úbežník, to znamená, že sú navzájom **rovnobežné** a určujú rovinu α = (**ab**).
Stopa roviny α je určená stopníkmi $\mathbf{P^a}$ a $\mathbf{P^b}$.
Úbežnica $\mathbf{u^\alpha_s}$ je rovnobežná so stopou $\mathbf{p^\alpha}$ a inciduje s úbežníkom $\mathbf{U^a_s} = \mathbf{U^b_s}$.

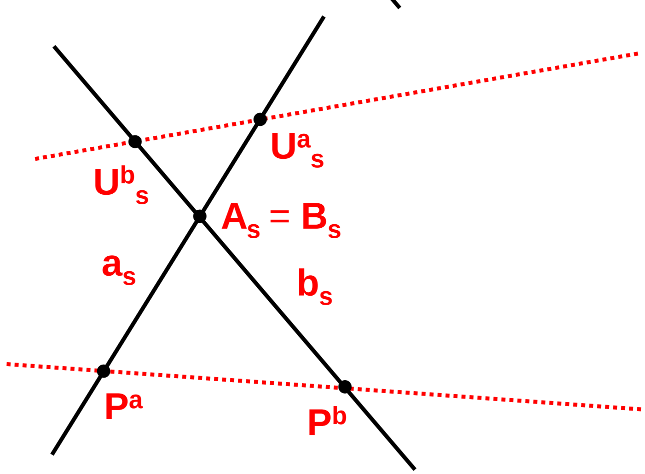
S1b



Riešenie a postup rysovania b:

Priamky $\mathbf{P^aP^b}$ a $\mathbf{U^a_sU^b_s}$ sú rovnobežné,
to znamená, že určujú stopu a úbežnicu roviny α = (**ab**).
Priamky **a** a **b** sú **rôznobežné** s priesečníkom **R**.

S1c

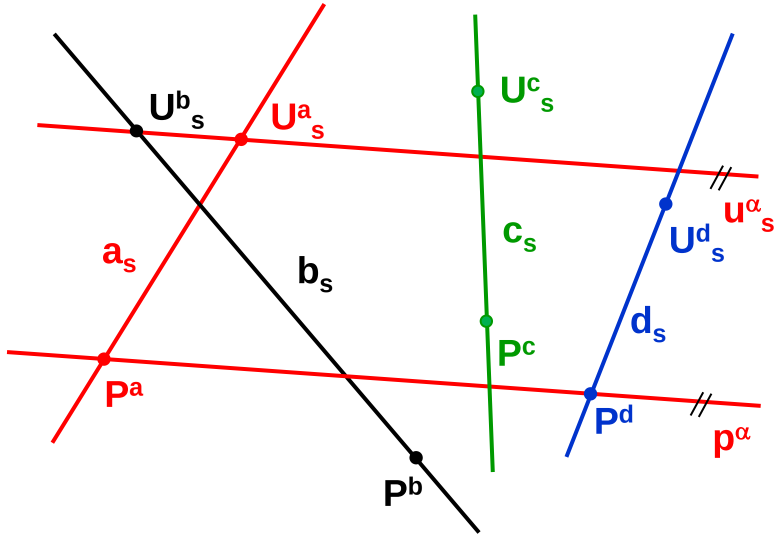


Riešenie a postup rysovania c:

Priamky $\mathbf{P^aP^b}$ a $\mathbf{U^a_sU^b_s}$ sú rôznobežné,
to znamená, že priamky **a** a **b** sú **mimobežné**.
Bod **A** na priamke **a** a bod **B** na priamke **b** majú totožnú premietaciu priamku, preto platí $\mathbf{A_s} = \mathbf{B_s}$.

Daný je stredový priemet priamok **a**, **b**, **c** a **d**. Rovina α je určená stopou a úbežnicou.
Určte vzájomnú polohu priamok **a**, **b**, **c** a **d** s rovinou α.

S2



Riešenie:

Priamka **a** má stopník $\mathbf{P^a}$ na stope $\mathbf{p^\alpha}$ a úbežník $\mathbf{U^a_s}$ na úbežnici $\mathbf{u^\alpha_s}$, to znamená, že priamka **a** leží v rovine α.

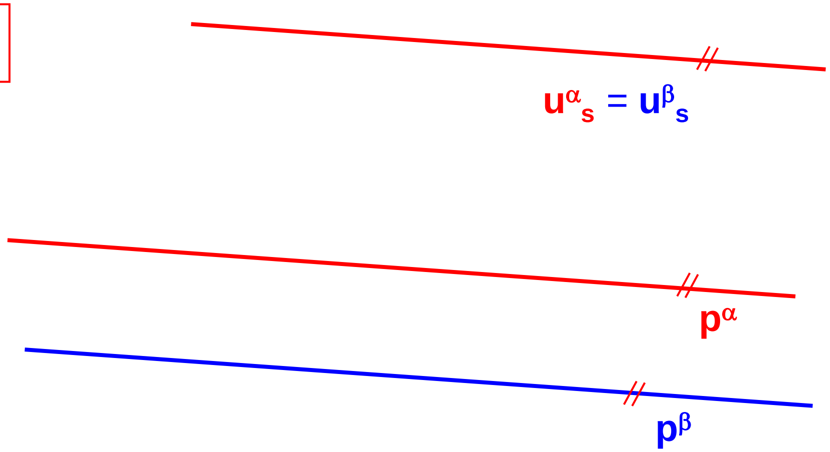
Priamka **b** má úbežník $\mathbf{U^b_s}$ na úbežnici $\mathbf{u^\alpha_s}$, ale stopník $\mathbf{P^b}$ neleží na stope $\mathbf{p^\alpha}$, to znamená, že priamka **b** je s rovinou α rovnobežná.

Priamka **c** je s rovinou α rôznobežná, lebo úbežník $\mathbf{U^c_s}$ neleží na úbežnici $\mathbf{u^\alpha_s}$.

Priamka **d** je s rovinou α rôznobežná, lebo úbežník $\mathbf{U^d_s}$ neleží na úbežnici $\mathbf{u^\alpha_s}$. Stopník $\mathbf{P^d}$ leží na stope $\mathbf{p^\alpha}$, to znamená, že sa priamka **d** pretína s priemetňou na stope $\mathbf{p^\alpha}$.

Rovina α je určená stopou $\mathbf{p^\alpha}$ a úbežnicou $\mathbf{u^\alpha_s}$. Rovina β je určená stopou $\mathbf{p^\beta}$ a úbežnicou $\mathbf{u^\beta_s}$.
Určte vzájomnú polohu rovín α a β.

S3



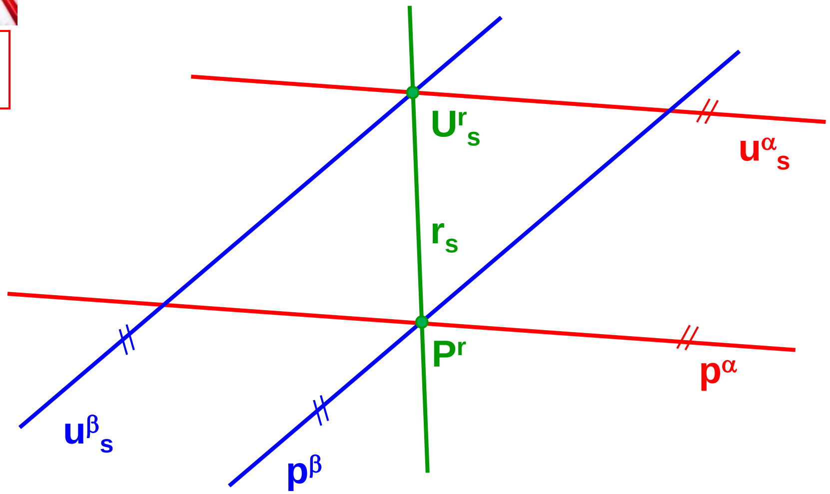
Riešenie:

Roviny α a β majú spoločnú úbežnicu, to znamená, že sú **rovnobežné**.

S4

Rovina α je určená stopou $\mathbf{p}^\alpha$ a úbežnicou $\mathbf{u}^\alpha{}_\mathbf{s}$. Rovina β je určená stopou $\mathbf{p}^\beta$ a úbežnicou $\mathbf{u}^\beta{}_\mathbf{s}$. Určte vzájomnú polohu rovín α a β.

Mészárosová



Riešenie a postup rysovania:

Roviny α a β sú rôznobežné.
Ich priesečnicu označíme **r**.

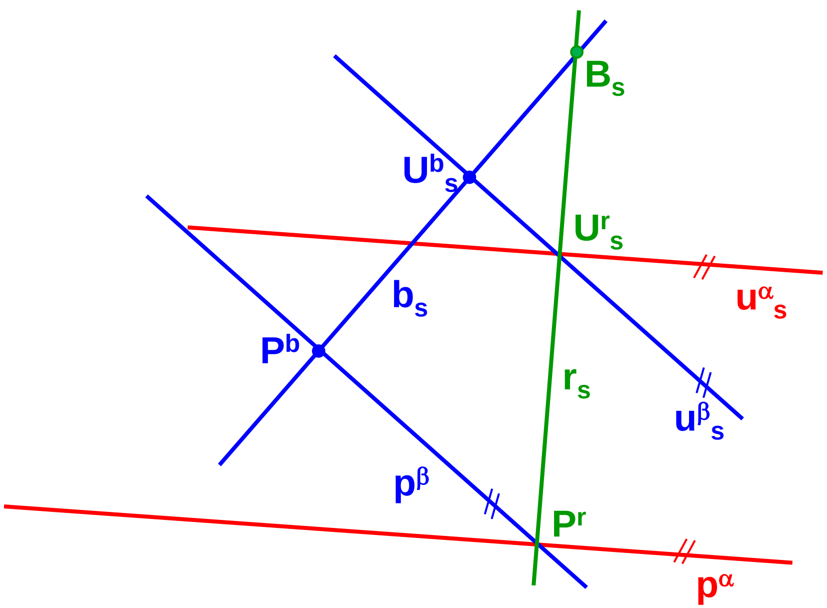
$\mathbf{P}^r = \mathbf{p}^\alpha \cap \mathbf{p}^\beta$

$\mathbf{U}^r{}_\mathbf{s} = \mathbf{u}^\alpha{}_\mathbf{s} \cap \mathbf{u}^\beta{}_\mathbf{s}$

$\mathbf{r}_\mathbf{s} = \mathbf{P}^r\,\mathbf{U}^r{}_\mathbf{s}$

S5

Rovina α je určená stopou $\mathbf{p}^\alpha$ a úbežnicou $\mathbf{u}^\alpha{}_\mathbf{s}$. Priamka **b** je určená stopníkom a úbežníkom. Určte priesečník priamky **b** s rovinou α.



Riešenie a postup rysovania:

Vhodne zvolíme rovinu β, v ktorej priamka **b** leží.

$\mathbf{P}^b \in \mathbf{p}^\beta \wedge \mathbf{U}^b{}_\mathbf{s} \in \mathbf{u}^\beta{}_\mathbf{s}, (\mathbf{p}^\beta \parallel \mathbf{u}^\beta{}_\mathbf{s})$

Určíme priesečnicu rovín α a β a označíme ju **r**.
Priesečník priamky **r** s priamkou **b** označíme **B**.

$\mathbf{B} = \mathbf{r} \cap \mathbf{b} = \mathbf{b} \cap \alpha.$